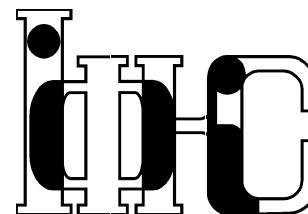


Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою <http://www.icmp.lviv.ua/>

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (<http://www.icmp.lviv.ua/>)

Національна академія наук України



ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

Менчишин Олег Олегович

ДІАГРАМНІ РЯДИ ДЛЯ КОРЕЛЯТОРІВ “СТРУМ-СТРУМ” В МОДЕЛІ
ЖОРСТКИХ БОЗОНІВ

Роботу отримано 6 грудня 2010 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку відділом квантової статистики

Виготовлено при ІФКС НАН України

© Усі права застережені

ICMP-10-13U

О.О.Менчишин

ДІАГРАМНІ РЯДИ ДЛЯ КОРЕЛЯТОРІВ “СТРУМ-СТРУМ”
В МОДЕЛІ ЖОРСТКИХ БОЗОНІВ

ЛЬВІВ

УДК: 538.911, 538.931, 538.941

PACS: 05.30.Jp, 05.60.Gg, 66.10.Ed

Діаграмні ряди для кореляторів “струм-струм” в моделі жорстких бозонів

О.О.Менчишин

Анотація. Розглянуто модель жорстких бозонів і отримано аналітичний вираз для провідності. Використано псевдоспінове представлення, яке дає можливість послідовного врахування впливу жорсткого “ядра” на процеси розсіяння частинок. Побудовано діаграмні ряди для кореляційних функцій типу “струм-струм” у нормальній фазі для низьких температур. Показано, як просумувати основні класи діаграм у наближенні розрахунку з точністю до однієї суми за \mathbf{q} . Метод дозволяє узагальнення на весь температурний інтервал і не залежить від концентрації частинок.

The diagrammatic series for correlators of hard-core boson model

О.О.Menchyshyn

Abstract. We consider a hard-core boson model and obtain an analytical expression for conductivity. The pseudo-spin representation is used which allows one to take into account the effect of hard-core of particles upon their scattering processes. The diagrammatic series is constructed for the “current-current” correlation functions in normal phase at low temperature. We show how to sum up the main classes of diagrams in approximation of calculating up to one sum over \mathbf{q} . Method can be extended to whole temperature interval and does not depend on concentration of particles.

Подається в Журнал фізичних досліджень
Submitted to Journal of Physical Studies

© Інститут фізики конденсованих систем 2010
Institute for Condensed Matter Physics 2010

1. Вступ

Вперше модель жорстких бозонів була сформульована Мацубарою і Мацудою для опису фазової діаграми в околі лямбда точки надплинного гелію [1]. Згодом, завдяки багатій фазовій діаграмі моделі, її було використано для опису можливої екзотичної фази суперсоліду в He^4 [2, 3], яка суміщає дальній порядок твердого тіла і властивості надплинної фази. Питання термодинамічної стійкості суперсоліду вивчалось методами квантового Монте Карло в роботах [4], і особливо в світлі останніх суперечливих експериментів модель досліджувалась аналітично в наближенні хаотичних фаз [5]. Ще парадигма “жорстких бозонів” є природньою при розгляді суперіонних провідників та інтеркальованих сполук, де є обмеження на число заповнення комірки, зумовлене розмірами порожнин, в які можуть проникати іони провідності [6]. Пошуки альтернативної картини надпровідності з малими Куперівськими парами і механізмом спарювання відмінним від БКШ також привели на початку 80-х років минулого століття до моделі жорстких бозонів [7]. Це співпало в часі з технологічними можливостями виробництва матриць джозефсонівських переходів і гранульованих надпровідників, для яких була сформульована модель квантової фази [8]. Вона є еквівалентною моделі Бозе-Хаббарда [9], що використовується для опису надпровідних тонких плівок. Модель Бозе-Хаббарда включає модель жорстких бозонів як частковий випадок при спрямуванні відштовхування на вузлі до нескінченності. Часто при дослідженні фазової діаграми моделі Бозе-Хаббарда використовують модель жорстких бозонів як ефективний гамільтоніан [10, 11], підібравши відповідним чином хімпотенціал. Можливість створення ідеального симулятора різних систем фізики конденсованого середовища за допомогою оптичних ґраток [12–14], викликала активне зацікавлення дослідників цими найпростішими моделями взаємодіючих бозонів, в яких можна спостерігати квантові фазові переходи Мотта [15–19]. Окремо від згаданих гранульованих надпровідників, модель розглядається в контексті забруднених надпровідників [20], де приділяється особлива увага впливу безладу на фазову діаграму з можливістю утворення фази бозе-скла [9, 21, 22]. Досі залишається відкритим питання про існування фази бозе-металу в системах з короткосяжними взаємодіями.

В роботі Бернарда зі співавторами [23] було зроблено порівняння аналітичного підходу і різних чисельних методів для моделі жорстких бозонів без фази суперсоліду. І хоча вони отримали гарне узгодження результатів між ними, потрібно зазначити, що у їхньому під-

ході задача моделювалася невзаємодіючими бозонами, а відомо, що такий метод добре працює лише при низьких температурах і малих числах заповнення. Цікаво дослідити властивості провідності чистої моделі жорстких бозонів, аби з'ясувати вплив жорсткого “ядра” на процеси розсіяння таких бозонів. В роботі Лінднера та Авербаха [24], на противагу до Бернарда і ін., акцентується особлива увага на половинному заповненні і досліджується питання про провідність високотемпературної фази. Автори приходять до висновку, що провідність має лінійну залежність від температури, і стверджується, що система жорстких бозонів є поганим металічним провідником. Вони використовують декілька підходів, які добре працюють у різних температурних режимах.

Метод, який ми застосовуємо у даній роботі, оснований на еквівалентному псевдоспіновому формулюванні моделі і дозволяє описати провідність єдиним чином у всьому температурному інтервалі та незалежно від концентрації частинок. Узагальнюючи, можна виокремити два підходи в роботі зі спіновими функціями Гріна: один базується на використанні двохчасових функцій Гріна [25, 26], і передбачає застосування рівнянь руху для них та відповідних спектральних співвідношень; інший ґрунтується на мацубарівських функціях Гріна, і використовує відповідні діаграмні техніки [27]. Як неодноразово показувалось в різних роботах [28, 29], при використанні двохчасових функцій Гріна потрібно приділяти особливу увагу внескам у вирази для сприйнятливостей від повздовжніх кореляцій, а також, зробивши розчеплення функцій Гріна на якомусь кроці, не можна відразу сказати, чи з однаковою точністю враховано внески різних взаємодій у ті чи інші величини. Діаграмна техніка дозволяє уникнути згаданих проблем, але часто недоліком цього методу, якщо так можна сказати, є велика кількість різноманітних діаграм, які потрібно врахувати.

Останнім часом у зв'язку з новими технологічними досягненнями в галузях молекулярної електроніки та спітроніки актуальною є задача опису переносу заряду і тепла в одновимірному провіднику чи спіновому ланцюжку [30–32], які з математичної точки зору описуються еквівалентними моделями. Провідність без втрат, чи інакше кажучи, балістичний режим транспорту, визначається існуванням так званого ненульового внеску Друде, тобто провідність на нульовій частоті повинна мати сингулярність. Інтуїтивно зрозуміло, що в одновимірному ланцюжку при виконанні законів збереження, можна досягнути ідеальної провідності, тоді як в моделях вищої розмірності це є не очевидним. Звернемо увагу, що ідеальна провідність і надпро-

відність не є тотожними поняттями. Для існування надпровідності в провіднику, потрібно перевірити виконання ефекту Майснера [33]. Опис фази з бозе-конденсатом потребує розгляду ширшого класу діаграм, з урахуванням так званих аномальних функцій Гріна. В цій роботі ми обмежимося дослідженням моделі жорстких бозонів на тривимірній кубічній гратці і коефіцієнтів переносу в нормальній фазі при низьких температурах.

Спочатку в розділі 2 ми нагадаємо, як із загальних міркувань з теорії відгуку системи на зовнішнє поле отримуються вирази для коефіцієнтів провідності. Потім, в розділі 3, коротко опишемо основи діаграмної техніки для спінових операторів, а в розділі 4 приведемо вирази для функцій Гріна “струм-струм”, отриманих на основі діаграматики. В додаток винесено усі діаграми для кореляторів, які потрібно врахувати, аби дотриматись вибраної точності розрахунків.

2. Загальні відомості теорії провідності

Гамільтоніан моделі, яку ми розглядаємо, записується

$$H_{HCB} = -\mu \sum_i n_i - \frac{1}{2} \sum_{\langle i, j \rangle} t_{ij} b_i^\dagger b_j \quad (2.1)$$

де μ – хімпотенціал, n_i – число заповнення на i -й позиції, а другий доданок є кінетичною енергією системи K , з інтегралом переносу t_{ij} , який описує перескоки частинок, $\langle i, j \rangle$ – означає, що сума береться по найближчих сусідах.

Задача полягає в розрахунку коефіцієнтів провідності моделі жорстких бозонів. Надалі слідуємо запропонованій методології в роботі [33]. Скористаємось теорією лінійного відгуку і подивимось, який струм відгуку

$$\langle j_x(l, t) \rangle = \langle j_x(\mathbf{q}, \omega) \rangle e^{i\mathbf{q} \cdot l - i\omega t} \quad (2.2)$$

ми отримаємо на зовнішнє поле частоти ω і хвильового вектора \mathbf{q}

$$A_x(l, t) = A_x(\mathbf{q}, \omega) e^{i\mathbf{q} \cdot l - i\omega t} \quad (2.3)$$

нижній індекс x означає компоненту вектора. В присутності векторного потенціалу, інтеграл переносу переписується з урахуванням фактору Паєрлса

$$t_{ij} \longrightarrow t_{ij} e^{ieA_x(j)} \quad (2.4)$$

тут e в показнику експоненти є зарядом частинки, і вираз записано в одиницях виміру $\hbar = c = 1$. Розкладемо експоненту в ряд, зберігаючи члени не вище другого порядку за векторним потенціалом A . Кінетична енергія системи в присутності поля запишеться

$$K_A = -\frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} t_{ij} b_i^+ b_j - \frac{ie}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} t_{ij} A_x(j) b_i^+ b_j + \frac{e^2}{4} \sum_{\langle i,j \rangle} t_{ij} A_x^2(j) b_i^+ b_j \quad (2.5)$$

Введемо наступні позначення для парамагнітного струму та кінетичної енергії на вузол відповідно

$$j_x^p(l) = \frac{i}{2} t_{l+x,l} b_{l+x}^+ b_l \quad (2.6)$$

$$k_x(l) = -\frac{1}{2} t_{l+x,l} b_{l+x}^+ b_l \quad (2.7)$$

В нових позначеннях вираз (2.5) набуде вигляду

$$K_A = K - \sum_l \left[e j_x^p(l) A_x(l) + \frac{1}{2} e^2 k_x(l) A_x^2(l) \right] \quad (2.8)$$

Повна густина струму складається з парамагнітної та діамагнітної частин

$$j_x(l) = -\frac{\delta K_A}{\delta A_x(l)} = e j_x^p(l) + e^2 k_x(l) A_x(l) \quad (2.9)$$

Отже, струм відгуку, створений зовнішнім полем, запишеться

$$\langle j_x(\mathbf{q}, \omega) \rangle = -e^2 [\langle -k_x \rangle - \Lambda_{xx}(\mathbf{q}, \omega)] A_x(\mathbf{q}, \omega) \quad (2.10)$$

де $\Gamma_{xx}(\mathbf{q}, \omega)$ є запізнюючою функцією Гріна струм-струм і отримується аналітичним продовженням $i\omega_n = \omega + i\delta$ з

$$\Gamma_{xx}(\mathbf{q}, \omega_n) = \frac{1}{N} \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle j_x^p(\mathbf{q}, \tau) j_x^p(-\mathbf{q}, 0) \rangle \quad (2.11)$$

тут $\omega_n = 2\pi nT$ – мацубарівські частоти.

Електрична провідність $\sigma_{xx}(\mathbf{q}, \omega)$ виражається через струм відгуку на електричне поле $E_x(\mathbf{q}, \omega) = i\omega A_x(\mathbf{q}, \omega)$ з формули (2.10) як

$$\sigma_{xx}(\mathbf{q}, \omega) = -e^2 \frac{\langle -k_x \rangle - \Gamma_{xx}(\mathbf{q}, \omega)}{i(\omega + i\delta)} \quad (2.12)$$

Бачимо, що якщо чисельник цього виразу в границі $\omega \rightarrow 0$ є скінченним, то дійсна частина $\sigma_{xx}(\omega)$ міститиме сингулярність $D\delta(\omega)$ з внеском Друде

$$\frac{D}{\pi e^2} = \langle -k_x \rangle - \Gamma_{xx}(\mathbf{q} = 0, i\omega_n \rightarrow 0) \quad (2.13)$$

Різними авторами досліджувалось питання універсальної поведінки провідності при переході Мотта [34–36]. Вони також отримали загальні вирази для провідності і робились відповідні висновки про внесок фактору Друде. Але зазначимо, що розглядалась модель Бозе-Хаббарда, і вплив жорсткого “ядра” в процесах розсіяння на поведінку провідності досі залишається відкритим питанням.

3. Основи діаграматики спінового формалізму

Основна відмінність даної задачі від аналогічних бозе- чи фермі-систем пов’язана з особливостями статистики Паулі, якій підкорюються жорсткі бозони

$$\{b_i, b_j^+\} = 1 \quad [b_i, b_j^+] = 0 \quad [b_i, b_j] = 0 \quad (3.1)$$

Зрозуміло, що звичайна теорія збурень для бозе- чи фермі-систем в цьому випадку є не завжди застосовною, хіба що лише у випадку малих концентрацій частинок, коли можна апроксимувати комутаційні співвідношення (3.1) відповідними бозе чи фермі переставними співвідношеннями. Але можна скористатись тотожністю алгебри переставних співвідношень жорстких бозонів і спінових операторів, і переформулювати задачу на мові псевдоспінів [1]. Запишемо

$$\begin{cases} b_i &= S_i^- \\ b_i^+ &= S_i^+ \\ n_i &= S_i^z + 1/2 \end{cases} \quad (3.2)$$

для яких виконуються наступні операторні тотожності

$$[S_i^z, S_j^\pm] = \pm S_i^\pm \delta_{i,j} \quad [S_i^+, S_j^-] = 2S_i^z \delta_{i,j} \quad (3.3)$$

Тоді з точністю до адитивної константи гамільтоніан системи переписеться у вигляді

$$H_{HCB} = -\mu \sum_i S_i^z - \frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} t_{ij} S_i^+ S_j^- \quad (3.4)$$

і відповідає відомій XY моделі в зовнішньому повздовжньому полі.

Надалі використовуватимемо представлення взаємодії

$$e^{-\beta H} = e^{-\beta H_0} \hat{\sigma}(\beta) \quad (3.5)$$

де

$$\hat{\sigma}(\beta) = \hat{T}_\tau \exp \left\{ - \int_0^\beta H_{int}(\tau) d\tau \right\} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \int_0^\beta \dots \int_0^\beta d\tau_1 \dots d\tau_n \hat{T}_\tau \{ H_{int}(\tau_1) \dots H_{int}(\tau_n) \} \quad (3.6)$$

— температурна матриця розсіювання, і відповідно оператори зображаються

$$S_k^\alpha(\tau) = e^{\tau H_0} S_k^\alpha e^{-\tau H_0} \quad 0 < \tau < \beta \quad (3.7)$$

При розрахунку багатоточкових спінових функцій Гріна слід враховувати лише зв'язані діаграми, відповідно до теореми про зв'язність

$$\langle \hat{T}_\tau S_1^{\alpha_1}(\tau_1) \dots S_n^{\alpha_n}(\tau_n) \rangle = \frac{1}{\langle \hat{\sigma}(\beta) \rangle_0} \langle \hat{T}_\tau S_1^{\alpha_1}(\tau_1) \dots S_n^{\alpha_n}(\tau_n) \hat{\sigma}(\beta) \rangle_0 = \langle \hat{T}_\tau S_1^{\alpha_1}(\tau_1) \dots S_n^{\alpha_n}(\tau_n) \hat{\sigma}(\beta) \rangle_0^{(c)} \quad (3.8)$$

Виберемо

$$H_0 = -\mu \sum_i S_i^z \quad H_{int} = -\frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} t_{ij} S_i^+ S_j^- \quad (3.9)$$

Внаслідок того, що спінові оператори на різних вузлах комутують, такий вибір H_0 дозволяє використати принцип адитивності, і середні $\langle \dots \rangle_0$ (3.8) розпадаються на добуток середніх від операторів, які належать одному вузлу. Алгоритм розрахунку функцій Гріна (3.8) базується на теоремі Віка для спінових операторів [37] і полягає в послідовному виключенні всіх недіагональних операторів S_i^+ і S_j^- шляхом всеможливих комбінацій спарювань

$$\langle \hat{T}_\tau S_1^{\alpha_1}(\tau_1) \dots S_0^+(\tau) \dots S_n^{\alpha_n}(\tau_n) \rangle = \sum_{i=1}^n K_{0i}^0(\tau - \tau_i) \langle \hat{T}_\tau S_1^{\alpha_1}(\tau_1) \dots [S_i^{\alpha_i}, S_0^+]_{\tau_i} \dots S_n^{\alpha_n}(\tau_n) \rangle_0 \quad (3.10)$$

де

$$K_{0i}^0(\tau - \tau_i) = \delta_{0i} K^0(\tau - \tau_i) \equiv -\delta_{0i} e^{-\lambda(\tau - \tau_i)} \begin{cases} n_\lambda, & \tau_i > \tau \\ 1 + n_\lambda, & \tau_i < \tau \end{cases} \quad (3.11)$$

— незбурена функція Гріна та $n_\lambda = [e^{\beta\lambda} - 1]^{-1}$, тут $\lambda \equiv \mu$, а в загальному випадку залежить від вибору нульового гамільтоніану, наприклад може включати молекулярне поле. З (3.10) випливає, зокрема:

$$K^0(\tau - \tau') = -\frac{\langle \hat{T}_\tau S^+(\tau) S^-(\tau') \rangle_0}{2\langle S^z \rangle_0} \quad (3.12)$$

На другому етапі слід порахувати середні від добутоків S_k^z операторів. Зауважимо, що часова залежність операторів S_k^z втрачається, внаслідок їхньої комутації з H_0 . Такі середні зручно обчислювати у вигляді розкладів по кумулянтам:

$$\langle \underbrace{S_{k_1}^z \dots S_{k_n}^z}_n \rangle_0 = \left\{ \frac{\partial^n}{\partial \eta^n} \exp \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\eta^n}{n!} b^{[n-1]}(\beta\lambda) \right] \right\}_{\eta=0} \quad (3.13)$$

де

$$b(\beta\lambda) \equiv \langle S^z \rangle_0 = \frac{1}{2} \tanh \left(\frac{\beta\lambda}{2} \right) \quad (3.14)$$





$$b^{[n]}(\beta\lambda) = \frac{\partial^n}{\partial (\beta\lambda)^n} b(\beta\lambda) \quad (3.15)$$

Враховуючи комутаційні співвідношення для спінових операторів (3.3), система можливих спарювань є багатішою в порівнянні з традиційним спарюванням бозе чи фермі операторів:

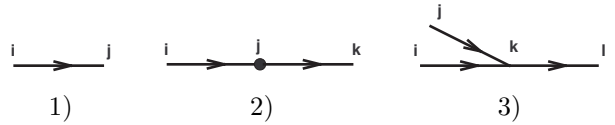
- 1) $\overrightarrow{S_i^+(\tau_i) S_j^-(\tau_j)} = -2K_{ij}^0(\tau_i - \tau_j) S_j^z(\tau_j)$
- 2) $\overrightarrow{S_i^+(\tau_i) S_j^z(\tau_j) S_k^-(\tau_k)} = -2K_{ij}^0(\tau_i - \tau_j) K_{jk}^0(\tau_j - \tau_k) S_k^z(\tau_k)$
- 3) $\overrightarrow{S_i^+(\tau_i) S_j^-(\tau_j) S_k^+(\tau_k) S_l^-(\tau_l)} = -2^2 K_{ij}^0(\tau_i - \tau_j) K_{kj}^0(\tau_k - \tau_j) K_{jl}^0(\tau_j - \tau_l) S_l^z(\tau_l)$

Результати розрахунку окремих доданків в (3.8) зобразимо графічно, використовуючи наступні елементи в побудові діаграм [27]:

- a) $\overrightarrow{\hspace{1.5cm}}$ — відповідає $K_{ij}^0(\tau_i - \tau_j)$, причому $\{i, \tau_i\}$ — координати початку, а $\{j, \tau_j\}$ — координати кінця стрілки;

- b)  — співставляєть t_{kl} ;
- c)  — проміжне спарювання через оператор S^z ;
- d)  — зображає $\langle S^z \rangle_0 \equiv b$;
- e)  — кумулянт другого порядку $b^{[2]}$, а кумулянти вищих порядків зображаються блоками, які містять відповідну кількість включених елементів охоплених овалом.

Приведені вище можливі спарювання матимуть такий вигляд



$$(3.16)$$

Розрізнятимемо зовнішні та внутрішні вершини діаграм. Зовнішні відповідають операторам S_k^α ($\alpha = +, -, z$), на яких будується функція Гріна, а внутрішні відповідають операторам S_l^β ($\beta = +, -$), які завжди з'єднані своєю хвилююю t_{kl} і належать до якогось $H_{int}(\tau_i)$ у відповідному порядку теорії збурень. Діаграма називається зв'язаною, якщо не містить внутрішніх вершин, які не з'єднані з зовнішніми вершинами лініями чи овалами. Діаграми називаються топологічно нерозрізнявальними, якщо їх можна перевести одна в одну неперервним переміщенням вершин і ліній в просторі. Серед топологічно розрізнявальних діаграм окремо виділимо клас топологічно еквівалентних, такі діаграми відрізняються перестановкою внутрішніх вершин. Враховуючи, що по часових змінних внутрішніх вершин відбувається інтегрування, а по просторових - сумування, то відповідні аналітичні вирази для топологічно еквівалентних діаграм відрізняються лише заміною змінних інтегрування і сумування, тому дають однаковий внесок.

Таким чином, для розрахунку поправки n -го порядку до функції Гріна (3.8) потрібно зобразити усі зв'язані топологічно нееквівалентні діаграми. Їхні відповідні аналітичні вирази міститимуть n множників t_{ij} , деяку кількість $K^0(\tau)$ -функцій і добуток різних похідних $b^{[m]}$:

$$(-2)^{m_+} P_n \frac{1}{n!} \prod_{\alpha} b^{[m_{\alpha}-1]} \int_0^{\beta} \dots \int_0^{\beta} d\tau_1 \dots d\tau_n \sum_{ij} \dots \sum_{kl} t_{ij} \dots t_{kl} \times K^0(\dots) \dots K^0(\dots) \delta(\dots) \dots \delta(\dots) \quad (3.17)$$

тут m_+ є різницею кількості вершин, в яких починаються K^0 -лінії, і проміжних, яким відповідають спарювання типу 2) і 3); m_{α} — кількість обведених овалом елементів в блоці α ; P_n — кількість топологічно еквівалентних діаграм; $\delta(\dots)$ — символи Кронекера від вузлових індексів враховують рівність вузлів, які належать вершинам з одного блоку.

Після Фур'є перетворення в імпульсно-частотне представлення

$$t_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} t_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)} \quad K^0(\tau) = \frac{1}{\beta} \sum_n K^0(\omega_n) e^{-i\omega_n \tau} \quad (3.18)$$

де

$$K^0(\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \lambda} \quad \omega_n = \frac{2\pi n}{\beta} \quad (3.19)$$

Для кожної вершини і блоку виконуються правила збереження частоти і імпульсу, які забезпечуються співвідношеннями

$$\int_0^{\beta} e^{i(\sum \omega_n)\tau} d\tau = \beta \delta\left(\sum \omega_n\right) \quad \sum_l e^{-i(\sum \mathbf{q})l} = N \Delta\left(\sum \mathbf{q}\right) \quad (3.20)$$

тут введене окреме позначення Δ для символу Кронекера від векторів оберненої ґратки, аби підкреслити умови періодичності ґратки.

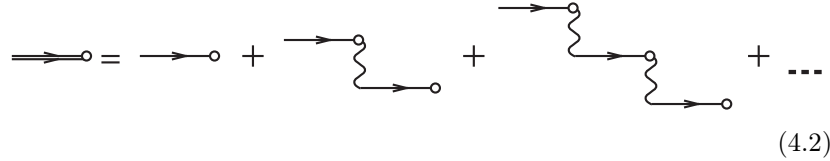
4. Корелятори струм-струм

Нашою задачею є розрахунок функцій Гріна струм-струм (2.11). Приведемо її означення в псевдоспіновому формалізмі

$$\Gamma_{xx}(1, 3; \tau) = - \sum_2 \sum_4 \mathbf{R}_{12} \mathbf{R}_{34} t_{12} t_{34} \langle T_{\tau} S_1^+(\tau) S_2^-(\tau) S_3^+(0) S_4^-(0) \rangle \quad (4.1)$$

При обчисленні функції Гріна струм-струм обмежимося наближенням однієї суми за хвилюювим вектором, що при зворотньому Фур'є перетворенні буде пропорційним до r_0^{-3} , де r_0 — деякий характерний для даної системи радіус взаємодії, в нашому випадку пов'язаний з інтегралом переносу. Тобто іншими словами, це дозволяє нам сформулювати принцип відбору діаграм певного класу серед нескінченної кількості діаграм усіх порядків теорії збурень з можливістю просумувати їх внески. Нас цікавитимуть діаграми із одним замкнутим циклом, аналітичні вирази яких власне міститимуть одну суму за хвилюювим вектором.

Намалювавши діаграми перших порядків теорії збурень, бачимо, що можна їх класифікувати відповідно до сформульованого вище принципу, як це зображено в Додатку А. Також тут знехтувано внесками повздовжніх кореляцій, тобто діаграмами, які містять блоки, прийнявши $b' \rightarrow 0$, що виконується для низьких температур. Після Фур'є переходу до імпульсів і частот, можна записати відповідні для них аналітичні вирази (див. Додаток А). Тут подвійна лінія відповідає перенормованій поперечній функції Гріна $K_{\mathbf{q}}^{+-}(\omega_n)$ в наближенні хаотичних фаз, яка формується наступним рядом

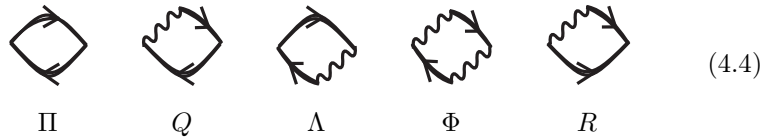


$$\Rightarrow \circ = \rightarrow \circ + \rightarrow \circ + \rightarrow \circ + \dots \quad (4.2)$$

З рівняння Ларкіна для неї (без кінцевої частини, яка тут зображається шайбою) отримуємо

$$K_{\mathbf{q}}^{+-}(\omega_n) = \frac{K^0(\omega_n)}{1 + bt_{\mathbf{q}}K^0(\omega_n)} = \frac{1}{i\omega_n - \lambda + bt_{\mathbf{q}}} \quad (4.3)$$

Також елементарні петлі (перші чотири, як елементи діаграм, розглядались раніше в роботах [38–40])



$$\begin{array}{ccccc} \text{П} & \text{Q} & \text{Л} & \text{Ф} & \text{R} \end{array} \quad (4.4)$$

складаються з перенормованих ліній, і відповідні для них аналітичні вирази запишуться:

$$\Pi_{\mathbf{q}}(\omega_n) = \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_1} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{p}_1} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) \quad (4.5)$$

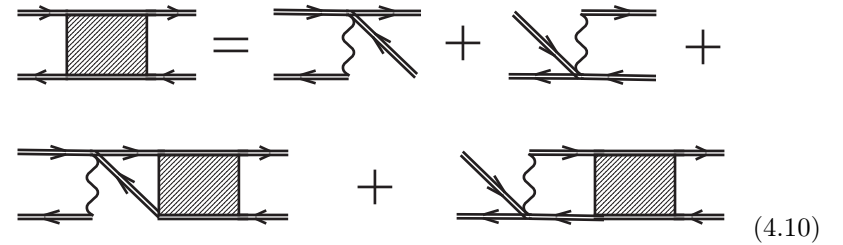
$$Q_{\mathbf{q}}(\omega_n) = \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_1} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{p}_1} t_{\mathbf{p}_1} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) \quad (4.6)$$

$$\Lambda_{\mathbf{q}}(\omega_n) = \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_1} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{p}_1} t_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) \quad (4.7)$$

$$\Phi_{\mathbf{q}}(\omega_n) = \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_1} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{p}_1} t_{\mathbf{p}_1} t_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) \quad (4.8)$$

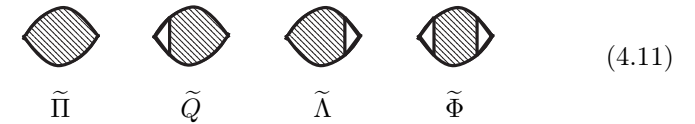
$$R_{\mathbf{q}}(\omega_n) = \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_1} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{p}_1} t_{\mathbf{p}_1} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{q}-\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_n - \omega_1) \quad (4.9)$$

В Додатку А діаграми (1–6) відповідають 0-му порядку вибраного нами наближення. Відомо, що діаграми, які містять послідовності з'єднаних петель дають внески того ж порядку, що і з однією петлею. В теорії бозе- чи фермі-систем це відповідає сумуванню рядів типу драбин з антипаралельними лініями. Справді, запишемо рівняння Бете-Солпігера для повної незвідної по Дайсону частини дво-частинкової функції Гріна:



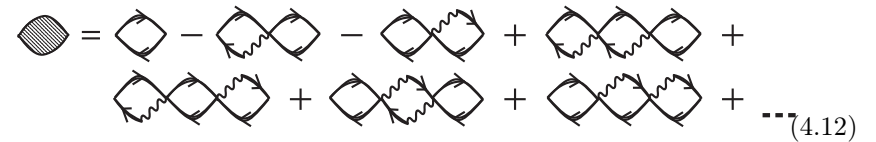
$$\text{Shaded Rectangle} = \text{Diagrams} \quad (4.10)$$

Ітерацією лівої частини рівняння, отримуємо ряди діаграм, які складаються з петель П, Q, Л і Ф. Такі багатопетлеві ряди діаграм можна просумувати в дусі узагальненого наближення хаотичних фаз (GR-PA). В слід за роботою [39] введемо наступні позначення:

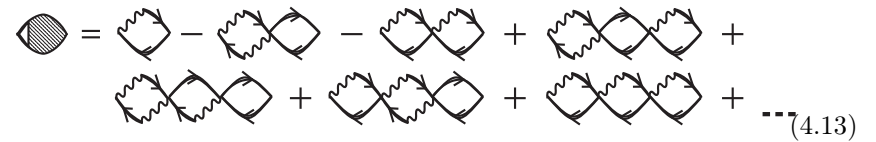


$$\begin{array}{cccc} \tilde{\text{П}} & \tilde{\text{Q}} & \tilde{\text{Л}} & \tilde{\text{Ф}} \end{array} \quad (4.11)$$

Вони відповідають перенормованим петлям, і формуються наступними рядами:



$$\tilde{\text{П}} = \text{Diagrams} + \dots \quad (4.12)$$



$$\tilde{\text{П}} = \text{Diagrams} + \dots \quad (4.13)$$

Тобто вони утворюють замкнену систему рівнянь для $\tilde{\Pi}$ і \tilde{Q} :

$$\begin{cases} \text{шaded circle} = \text{loop} - \text{loop} - \text{loop} \\ \text{шaded circle} = \text{loop} - \text{loop} - \text{loop} \end{cases} \quad (4.14)$$

Перепишемо цю систему в аналітичному вигляді

$$\begin{cases} (1 + \Lambda)\tilde{\Pi} + \Pi\tilde{Q} = \Pi \\ \Phi\tilde{\Pi} + (1 + Q)\tilde{Q} = Q \end{cases} \quad (4.15)$$

Звідки

$$\tilde{\Pi} = \frac{\Pi}{d} \quad (4.16)$$

$$\tilde{Q} = \frac{(1 + \Lambda)Q - \Pi\Phi}{d} \quad (4.17)$$

$$d = (1 + \Lambda)(1 + Q) - \Pi\Phi \quad (4.18)$$

Аналогічно записується система рівнянь для $\tilde{\Phi}$ і $\tilde{\Lambda}$, отримуємо

$$\tilde{\Phi} = \frac{\Phi}{d} \quad (4.19)$$

$$\tilde{\Lambda} = \frac{(1 + Q)\Lambda - \Pi\Phi}{d} \quad (4.20)$$

Перенормована R-петля отримується з одного окремого рівняння: вона може з'єднуватись лише з такою ж петлею. Це пов'язано з тим, що в кожную вершину з'єднання завжди входить дві лінії і одна виходить, тому легко бачити, що усі інші петлі з нею не комбінуються. Рівняння для \tilde{R} отримується з

$$\text{шaded circle} = \text{loop} - \text{loop} + \text{loop} - \dots \quad (4.21)$$

і дає для неї наступний аналітичний вираз

$$\tilde{R} = \frac{R}{1 + R} \quad (4.22)$$

З (4.5) видно, що виконуються наступні рівності

$$\Pi_{\mathbf{q}} = \Pi_{-\mathbf{q}} \quad (4.23)$$

$$\Phi_{\mathbf{q}} = \Phi_{-\mathbf{q}} \quad (4.24)$$

$$Q_{\mathbf{q}} = \Lambda_{-\mathbf{q}} \quad (4.25)$$

Легко переконатись, що виконуються і відповідні рівності для перенормованих петель.

Повертаючись до діаграм для $\Gamma_{xx}(\mathbf{q}, \omega_n)$, потрібно сказати, що послідовне врахування петлевих внесків вимагає також перенормування інших складових елементів діаграм: подвійних ліній і кінцевих частин. Наприклад, лінії можна ускладнити наступними нульовими петлями

$$\begin{aligned} \Rightarrow\Rightarrow &= \Rightarrow\Rightarrow + \Rightarrow\Rightarrow + \Rightarrow\Rightarrow \\ &+ \Rightarrow\Rightarrow + \Rightarrow\Rightarrow + \Rightarrow\Rightarrow \\ &+ \Rightarrow\Rightarrow + \dots \end{aligned} \quad (4.26)$$

А в загальному випадку потрібно ще врахувати можливість формування петлевих рядів, тобто повний ряд для подвійної перенормованої стрілочки, позначеної \tilde{K} , матиме вигляд:

$$\begin{aligned} \Rightarrow\Rightarrow &= \Rightarrow\Rightarrow + \Rightarrow\Rightarrow + \Rightarrow\Rightarrow \\ &+ \Rightarrow\Rightarrow + \Rightarrow\Rightarrow + \Rightarrow\Rightarrow \\ &+ \Rightarrow\Rightarrow + \dots \end{aligned} \quad (4.27)$$

де нові елементи позначають згорнуті петлеві ряди

$$\begin{array}{c} \text{шарик} = \text{петля} - \text{шарик} - \text{шарик} \\ \text{шарик} = \text{петля} - \text{шарик} - \text{шарик} \end{array} \quad (4.28)$$

$$\begin{array}{c} \text{шарик} = \text{петля} - \text{шарик} - \text{шарик} \\ \text{шарик} = \text{петля} - \text{шарик} - \text{шарик} \end{array} \quad (4.29)$$

Такий ряд можна просумувати, привівши його до рівняння Дайсона

$$\text{шарик} = \text{шарик} - \text{шарик} \quad (4.30)$$

з масовим оператором Σ :

$$\text{шарик} = \text{шарик} + \text{шарик} \quad (4.31)$$

Аналітичний вираз для \tilde{K} запишеться

$$\tilde{K}_{\mathbf{q}}(\omega_n) = \left[i\omega_n - \lambda + bt_{\mathbf{q}} + \frac{1}{\beta N} \sum_{\substack{\omega_1 \\ \mathbf{p}_1}} t_{\mathbf{p}_1} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) \left(1 - \tilde{Q}_{\mathbf{q}=0} - t_{\mathbf{q}} \tilde{\Pi}_{\mathbf{q}=0} \right) - \frac{b}{\beta N} \sum_{\substack{\omega_1 \\ \mathbf{p}_1}} K^0(\omega_1) t_{\mathbf{p}_1} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) \left[\left(1 - \tilde{\Lambda}_{\mathbf{q}=0} \right) t_{\mathbf{q}} - \tilde{\Phi}_{\mathbf{q}=0} \right] \right]^{-1} \quad (4.32)$$

Аналогічно потрібно врахувати, що кінцева частина, її ще називають силовим оператором, може формуватись з петель

$$\text{шарик} = \text{шарик} + \text{шарик} - \text{шарик} - \text{шарик} \quad (4.33)$$

і відповідно аналітичний вираз для силового оператора:

$$\tilde{P}_{\mathbf{q}}(\omega_n) = -2b \left[1 - \frac{1}{\beta N} \sum_{\substack{\omega_1 \\ \mathbf{p}_1}} K^0(\omega_1) t_{\mathbf{p}_1} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) \left(1 - \tilde{\Lambda}_{\mathbf{q}=0} \right) \right] + \frac{1}{\beta N} \sum_{\substack{\omega_1 \\ \mathbf{p}_1}} t_{\mathbf{p}_1} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) \tilde{\Pi}_{\mathbf{q}=0} \quad (4.34)$$

Трактуючи попередні діаграми для $\Gamma_{xx}(\mathbf{q}, \omega_n)$ як скелетні, замінимо відповідні їхні елементи з врахуванням написаного вище. В Додатку Б приведені відповідні діаграми, а нижче їхні аналітичні вирази. Зрозуміло, що тепер вже діаграми $(\tilde{1} - \tilde{6})$ є діаграмами того ж порядку, що і решта діаграм.

5. Висновки

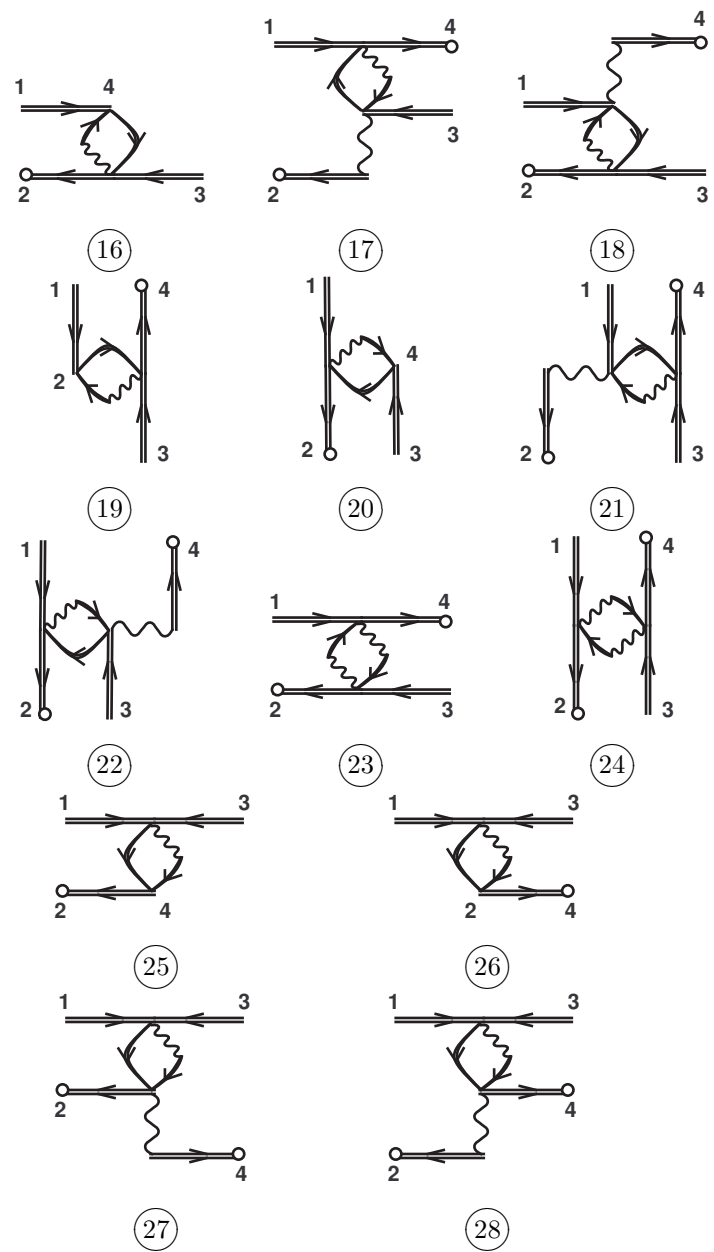
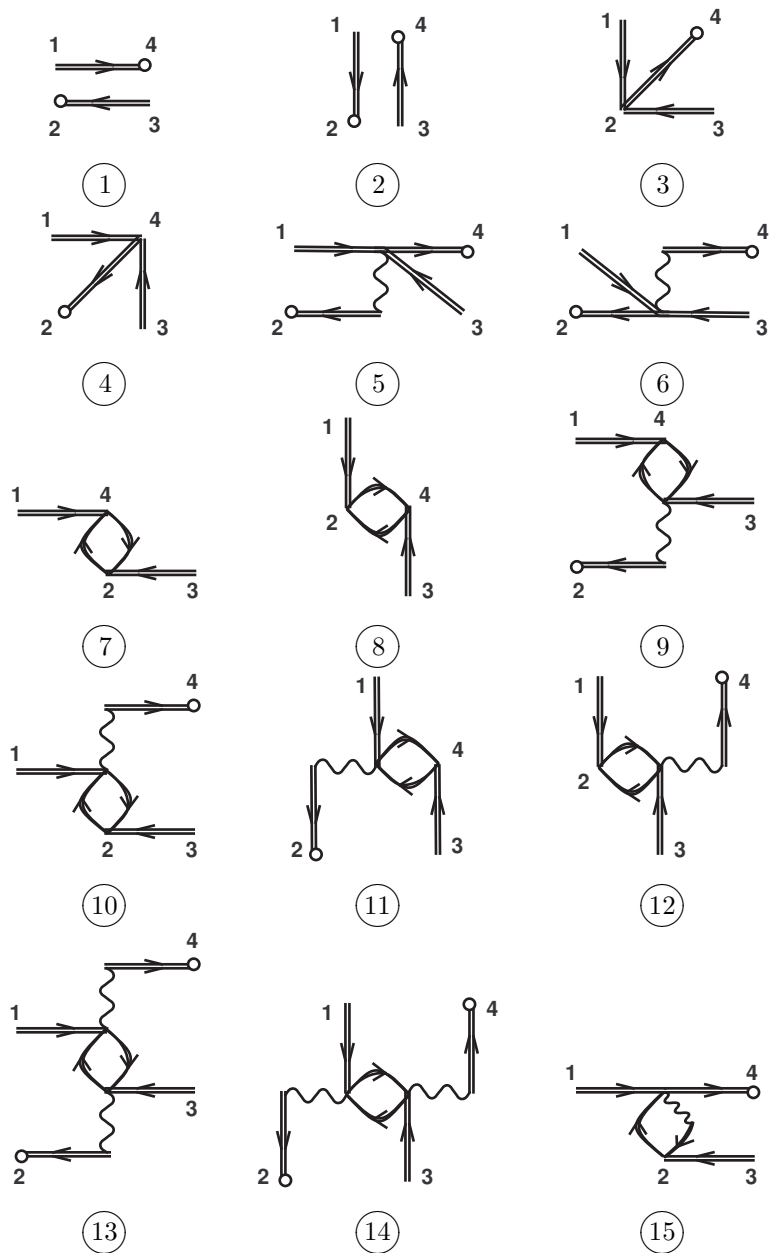
В роботі отримано вирази для кореляційних функцій типу “струм-струм”, на основі яких можна дослідити низькотемпературну поведінку провідності моделі жорстких бозонів у нормальній фазі. Для повного опису також потрібно самоузгоджено розрахувати залежність концентрації від густини у відповідному порядку теорії. Це буде зроблено в наступній роботі.

6. Подяка

Автор висловлює щирю вдячність проф. І.В. Стасюку за уважне вивчення рукопису і корисні зауваження та поради.

7. Додаток А

“Скелетні” діаграми кореляційних функцій типу “струм-струм”



$$(20) = -\frac{b}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \frac{\partial t}{\omega_1} \frac{\partial t}{\omega_2} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) \times$$

$$Q_{\mathbf{q}}(\omega_n) K_{\mathbf{p}_2}^{+-}(\omega_2) \quad (7.20)$$

$$(21) = \frac{b^2}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \frac{\partial t}{\omega_1} \frac{\partial t}{\omega_2} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) t_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}} \times$$

$$\Lambda_{\mathbf{q}}(\omega_n) K_{\mathbf{p}_2}^{+-}(\omega_2) K_{\mathbf{p}_2+\mathbf{q}}^{+-}(\omega_2 + \omega_n) \quad (7.21)$$

$$(22) = \frac{b^2}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \frac{\partial t}{\omega_1} \frac{\partial t}{\omega_2} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) \times$$

$$Q_{\mathbf{q}}(\omega_n) K_{\mathbf{p}_2}^{+-}(\omega_2) K_{\mathbf{p}_2+\mathbf{q}}^{+-}(\omega_2 + \omega_n) t_{\mathbf{p}_2+\mathbf{q}} \quad (7.22)$$

$$(23) = \frac{b^2}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \frac{\partial t}{\omega_1} \frac{\partial t}{\omega_2} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) \times$$

$$\Phi_{\mathbf{q}+\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_1}(\omega_n + \omega_2 - \omega_1) K_{\mathbf{p}_2}^{+-}(\omega_2) K_{\mathbf{p}_2+\mathbf{q}}^{+-}(\omega_2 + \omega_n) \quad (7.23)$$

$$(24) = \frac{b^2}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \frac{\partial t}{\omega_1} \frac{\partial t}{\omega_2} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) \Phi_{\mathbf{q}}(\omega_n) \times$$

$$K_{\mathbf{p}_2}^{+-}(\omega_2) K_{\mathbf{p}_2+\mathbf{q}}^{+-}(\omega_2 + \omega_n) \quad (7.24)$$

$$(25) = -\frac{b}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \frac{\partial t}{\omega_1} \frac{\partial t}{\omega_2} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_2}^{+-}(\omega_2) \times$$

$$R_{\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2}(\omega_1 + \omega_2) K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) \quad (7.25)$$

$$(26) = -\frac{b}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \frac{\partial t}{\omega_1} \frac{\partial t}{\omega_2} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_2}^{+-}(\omega_2) \times$$

$$R_{\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2}(\omega_1 + \omega_2) K_{\mathbf{p}_2+\mathbf{q}}^{+-}(\omega_2 + \omega_n) \quad (7.26)$$

$$(27) = \frac{b}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \frac{\partial t}{\omega_1} \frac{\partial t}{\omega_2} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_2}^{+-}(\omega_2) R_{\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2}(\omega_1 + \omega_2) \times$$

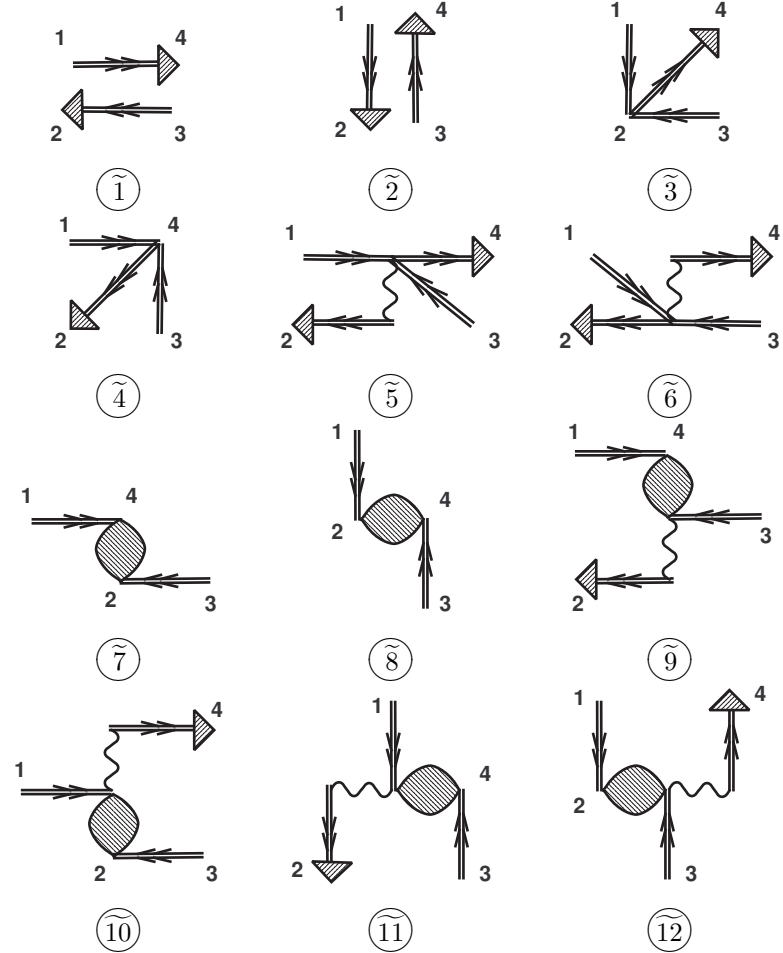
$$K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) K_{\mathbf{p}_2+\mathbf{q}}^{+-}(\omega_2 + \omega_n) t_{\mathbf{p}_2+\mathbf{q}} \quad (7.27)$$

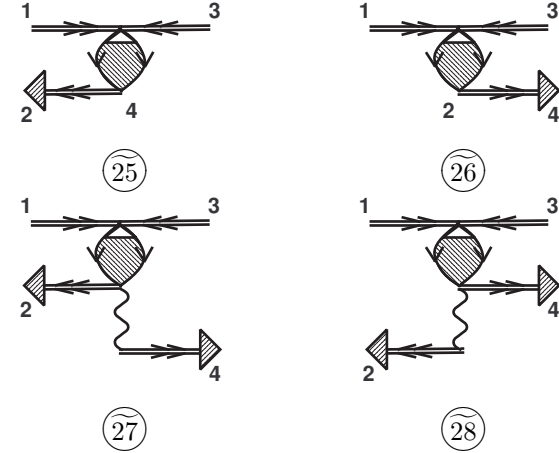
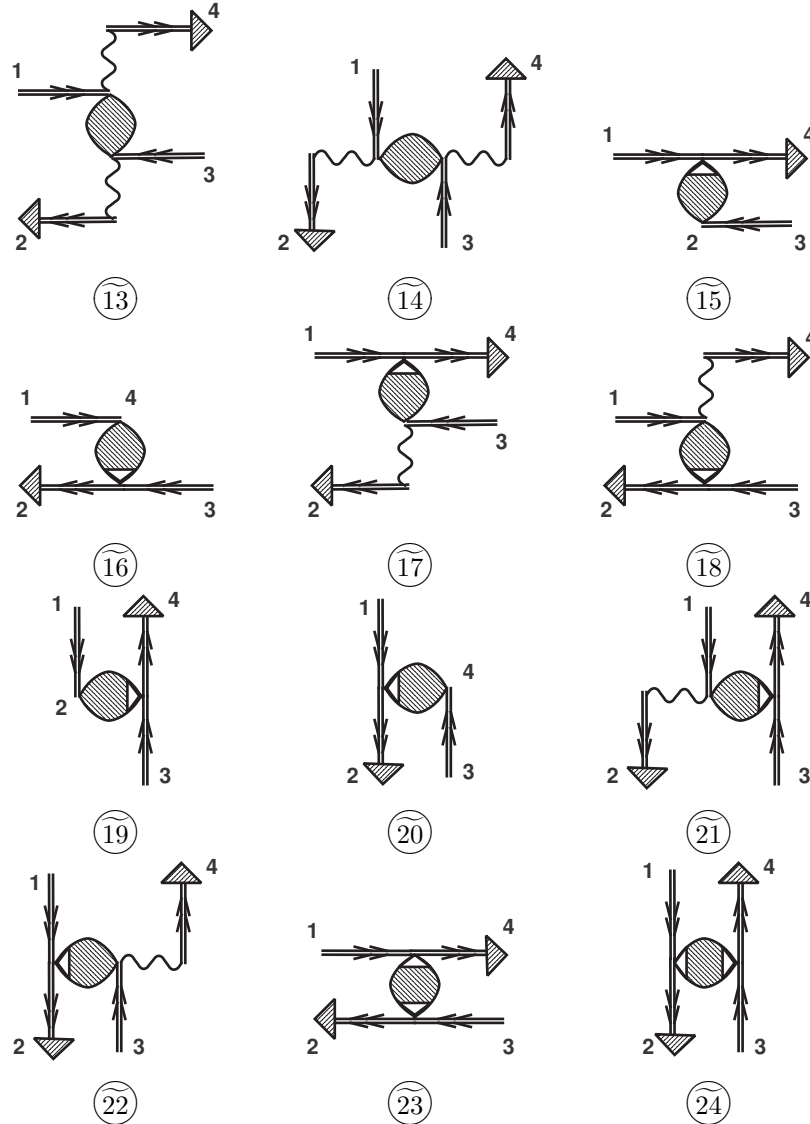
$$(28) = \frac{b^2}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \frac{\partial t}{\omega_1} \frac{\partial t}{\omega_2} K_{\mathbf{p}_1}^{+-}(\omega_1) K_{\mathbf{p}_2}^{+-}(\omega_2) R_{\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2}(\omega_1 + \omega_2) \times$$

$$K_{\mathbf{p}_2+\mathbf{q}}^{+-}(\omega_2 + \omega_n) K_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}}^{+-}(\omega_1 - \omega_n) t_{\mathbf{p}_1-\mathbf{q}} \quad (7.28)$$

8. Додаток Б

Повні діаграми кореляційних функцій типу “струм-струм”, де враховані перенормування складових елементів, зокрема подвійних ліній, кінцевих частин, та просумовано петлеві ряди





Відповідні аналітичні вирази для повних діаграм

$$\textcircled{1} = \frac{1}{\beta N} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\omega_1} \left(\frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_1} \right)^2 \tilde{K}_{\mathbf{p}_1} \tilde{P}_{\mathbf{p}_1} \tilde{K}_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}} \tilde{P}_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}} \quad (8.1)$$

$$\textcircled{2} = \frac{1}{\beta N} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\omega_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \sum_{\omega_2} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_2} \tilde{K}_{\mathbf{p}_1} \tilde{P}_{\mathbf{p}_1} \tilde{K}_{\mathbf{p}_2} \tilde{P}_{\mathbf{p}_2} \delta(\omega_n) \Delta(\mathbf{q}) \quad (8.2)$$

$$\textcircled{3} = \frac{1}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\omega_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \sum_{\omega_2} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_2} \tilde{K}_{\mathbf{p}_1} \tilde{K}_{\mathbf{p}_2} \tilde{K}_{\mathbf{p}_2 + \mathbf{q}} \tilde{P}_{\mathbf{p}_2 + \mathbf{q}} \quad (8.3)$$

$$\textcircled{4} = \frac{1}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\omega_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \sum_{\omega_2} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_2} \tilde{K}_{\mathbf{p}_1} \tilde{K}_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}} \tilde{P}_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}} \tilde{K}_{\mathbf{p}_2} \quad (8.4)$$

$$\textcircled{5} = -\frac{1}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\omega_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \sum_{\omega_2} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_2} \tilde{K}_{\mathbf{p}_1} \tilde{K}_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}} \tilde{P}_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}} t_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}} \times \tilde{K}_{\mathbf{p}_2} \tilde{K}_{\mathbf{p}_2 + \mathbf{q}} \tilde{P}_{\mathbf{p}_2 + \mathbf{q}} \quad (8.5)$$

$$\textcircled{6} = -\frac{1}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\omega_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \sum_{\omega_2} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_2} \tilde{K}_{\mathbf{p}_1} \tilde{K}_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}} \tilde{P}_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}} \times \tilde{K}_{\mathbf{p}_2} \tilde{K}_{\mathbf{p}_2 + \mathbf{q}} \tilde{P}_{\mathbf{p}_2 + \mathbf{q}} t_{\mathbf{p}_2 + \mathbf{q}} \quad (8.6)$$

$$\textcircled{7} = \frac{1}{\beta^2 N^2} \sum_{\mathbf{p}_1} \sum_{\omega_1} \sum_{\mathbf{p}_2} \sum_{\omega_2} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{\partial t}{\partial \mathbf{p}_2} \tilde{K}_{\mathbf{p}_1} \tilde{\Pi}_{\mathbf{q} + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1} \tilde{K}_{\mathbf{p}_2} \quad (8.7)$$

Література

1. T. Matsubara, and H. Matsuda, *Prog. Theor. Phys.* **16**, 569-582 (1956); *ibid.* **17**, 19-29 (1957).
2. H. Matsuda, and T. Tsuneto, *Suppl. Prog. Theor. Phys.* **46**, 411-436 (1970).
3. K. S. Liu, and M. E. Fisher, *J. Low Temp.* **10**, 655-683 (1973).
4. G. G. Niyaz, R. T. Scalettar, G.T. Fong, and G. G. Batrouni, *Phys. Rev. B* **50**, 362-373 (1994); G. Schmid, S. Todo, M. Troyer, and A. Dorneich, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 167208(4) (2002).
5. A. J. Stoffel, and M. Gulácsi, *Eur. Phys. J. B* **67**, 169-181 (2009); *ibid.* **68**, 79-88 (2009); *Europhys. Lett.* **85**, 20009(6) (2009); *Phil. Mag.* **89**, 2043 - 2069 (2009).
6. G. D. Mahan, *Phys. Rev. B* **14**, 780-793 (1976).
7. S. Robaszkiewicz, R. Micnas, and K. A. Chao, *Phys. Rev. B* **23**, 1447-1458 (1981); *ibid.* **24**, 1579-1582 (1981); A. S. Alexandrov, and J. Ranninger, *ibid.* **23**, 1796-1801 (1981); *ibid.* **24**, 1164-1169 (1981); A. S. Alexandrov, J. Ranninger, and S. Robaszkiewicz, *Phys. Rev. B* **33**, 4526-4542 (1986); *Rev. Mod. Phys.* **62**, 113-171 (1990).
8. K. B. Efetov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **78**, 2017 (1980) [*Sov. Phys. JETP* **51**, 1015 (1980)]
9. M. P. A. Fisher, P. B. Weichman, G. Grinstein, and D. S. Fisher, *Phys. Rev. B* **40**, 546 (1989)
10. C. Bruder, R. Fazio, A. Kampf, A. van Otterlo, and G. Schön, *Phys. Scr.* **T42**, 159-170 (1992); A. van Otterlo, K.-H. Wagenblast, R. Fazio, and G. Schön, *Phys. Rev. B* **48**, 3316(11) (1993); A. van Otterlo, K.-H. Wagenblast, R. Baltin, C. Bruder, R. Fazio, and G. Schön, *Phys. Rev. B* **52**, 16176(11) (1995).
11. C. Pich, and E. Frey, *Phys. Rev. B* **57**, 13712(17) (1997).
12. D. Jaksch, and P. Zoller, *Ann. Phys.* **315**, 52-79 (2005).
13. M. Lewenstein, A. Sanpera, V. Ahufinger, B. Damski, A. S. De, and U. Sen, *Adv. in Phys.* **56**, 243 - 379 (2007)
14. I. Bloch, J. Dalibard, and W. Zwerger, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 885 (2008).
15. D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3108(4) (1998).
16. M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. Hansch, and I. Bloch, *Nature* **415**, 39-44 (2002).
17. D. van Oosten, P. van der Straten, and H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. A* **63**, 053601 (2001); D. van Oosten, P. van der Straten, and H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. A* **67**, 033606 (2003); D. B. M. Dickerscheid, D.

- van Oosten, P. J. H. Denteneer, and H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. A* **68**, 043623 (2003).
18. G. Mazzarella, S. M. Giampaolo, and F. Illuminati, *Phys. Rev. A* **73**, 013625 (2006)
19. S. D. Huber, E. Altman, H. P. Büchler, and G. Blatter, *Phys. Rev. B* **75**, 085106 (2007).
20. M. Ma, and P. A. Lee, *Phys. Rev. B* **32**, 5658-5667 (1985).
21. L. B. Ioffe, and M. Mézard, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 037001(4) (2010).
22. M. V. Feigel'man, L. B. Ioffe, V. E. Kravtsov, and E. Cuevas, *Ann. Phys.* **325**, 1368(110) (2010).
23. K. Bernardet, G. G. Batrouni, J. L. Menuier, G. Schmid, M. Troyer, and A. Dorneich, *Phys. Rev. B* **65**, 104519(10) (2002).
24. N. H. Lindner, and A. Auerbach, *Phys. Rev. B* **81**, 054512(14) (2010).
25. Yu. G. Rudoy, and Yu. A. Tserkovnikov, *Teor. Mat. Fiz.* **14**, 102-122 (1973); *ibid.* **15**, 388-406 (1973); *ibid.* **19**, 252-268 (1974); *ibid.* **25**, 196-212 (1975); V. I. Lymar', and Yu. G. Rudoy, *ibid.* **21**, 86-102 (1974); *ibid.* **24**, 391-399 (1975); *ibid.* **30**, 249-263 (1977); *ibid.* **34**, 217-232 (1978).
26. D. Yamamoto, S. Todo, and S. Kurihara, *Phys. Rev. B* **78**, 024440(7) (2008).
27. Ю. А. Изюмов, Ф. А. Кассан-Оглы, и Ю. Н. Скрябин, *Полевые методы в теории ферромагнетизма*. М.: Наука, 1974, 224 с.
28. Ju. V. Kozitskij, and R. R. Levitskij, *Ukr. Fiz. Zhur.* **23**, 661-668 (1978).
29. I. V. Stasyuk, and T. S. Mysakovych, *Condens. Matter Phys.* **5**, 473-491 (2002).
30. H. Castella, X. Zotos, and P. Prelovšek, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 972 (1995).
31. F. Heidrich-Meisner, A. Honecker, D. C. Cabra, and W. Brenig, *Phys. Rev. B* **68**, 134436 (2003).
32. J. Sirker, R. G. Pereira, and I. Affleck, *arxiv:1011.1354* (2010).
33. D. J. Scalapino, S. R. White, and S. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2830-2833 (1992); *Phys. Rev. B* **47**, 7995-8007 (1993).
34. M.-C. Cha, M. P. A. Fisher, S. M. Girvin, M. Wallin, and A. P. Young, *Phys. Rev. B* **44**, 6883-6902 (1991).
35. G. G. Batrouni, B. Larson, R. T. Scalettar, J. Tobochnik, and J. Wang, *Phys. Rev. B* **48**, 9628-9635 (1993).
36. A. P. Kampf, and G. T. Zimanyi, *Phys. Rev. B* **47**, 279-286 (1993).
37. V. G. Vaks, A. I. Larkin, and S. A. Pikin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **53**, 281-299 (1967); [*Soviet Phys.-JETP* **26**, 188-199 (1968)].

38. Yu. A. Izyumov, and B. M. Letfulov, *J. Phys.: Condens. Matter* **2**, 8905 (1990).
39. I. V. Stasyuk, A. M. Shvaika, *Condens. Matter Phys.* **3**, 134-175 (1993).
40. Yu. A. Izyumov, N. I. Chaschin, and V. Yu. Yushankhai, *Phys. Rev. B* **65**, 214425(17) (2002).

CONDENSED MATTER PHYSICS

The journal **Condensed Matter Physics** is founded in 1993 and published by Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine.

AIMS AND SCOPE: The journal **Condensed Matter Physics** contains research and review articles in the field of statistical mechanics and condensed matter theory. The main attention is paid to physics of solid, liquid and amorphous systems, phase equilibria and phase transitions, thermal, structural, electric, magnetic and optical properties of condensed matter. Condensed Matter Physics is published quarterly.

ABSTRACTED/INDEXED IN:

- Chemical Abstract Service, Current Contents/Physical, Chemical&Earth Sciences
- ISI Science Citation Index-Expanded, ISI Alerting Services
- INSPEC
- Elsevier Bibliographic Databases (EMBASE, EMNursing, Compendex, GEOBASE, Scopus)
- “Referativnyi Zhurnal”
- “Dzherelo”

EDITOR IN CHIEF: Ihor Yukhnovskii

EDITORIAL BOARD: T. Arimitsu, *Tsukuba*; J.-P. Badiali, *Paris*; B. Berche, *Nancy*; T. Bryk, *Lviv*; J.-M. Caillol, *Orsay*; C. von Ferber, *Freiburg*; R. Folk, *Linz*; D. Henderson, *Provo*; F. Hirata, *Okazaki*; Yu. Holovatch, *Lviv*; M. Holovko, *Lviv*; O. Ivankiv, *Lviv*; W. Janke, *Leipzig*; M. Korynevskii, *Lviv*; Yu. Kozitsky, *Lublin*; M. Kozlovskii, *Lviv*; H. Krienke, *Regensburg*; R. Levitskii, *Lviv*; V. Morozov, *Moscow*; I. Mryglod, *Lviv*; O. Patsahan (Assistant Editor), *Lviv*; N. Plakida, *Dubna*; G. Röpke, *Rostock*; I. Stasyuk (Associate Editor), *Lviv*; M. Tokarchuk, *Lviv*; I. Vakarchuk, *Lviv*; M. Vavrukh, *Lviv*; A. Zagorodny, *Kyiv*

CONTACT INFORMATION:

Institute for Condensed Matter Physics
of the National Academy of Sciences of Ukraine
1 Svientsitskii Str., 79011 Lviv, Ukraine
Tel: +38(032)2760908; Fax: +38(032)2761978
E-mail: cmp@icmp.lviv.ua <http://www.icmp.lviv.ua>