

Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою <http://www.icmp.lviv.ua/>

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (<http://www.icmp.lviv.ua/>)

Богдан Богданович Марків
Михайло Васильович Токарчук

Узгоджений опис кінетики та гідродинаміки заповненої плазми. Колективні моди

Роботу отримано 29 листопада 2011 р.

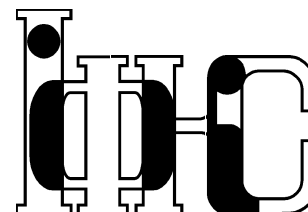
Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку відділом теорії нерівноважних процесів

Виготовлено при ІФКС НАН України

© Усі права застережені

Національна академія наук України



ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP-11-10U

Б.Б.Марків, М.В.Токарчук

УЗГОДЖЕНИЙ ОПИС КІНЕТИКИ ТА ГІДРОДИНАМІКИ
ЗАПОРОШЕНОЇ ПЛАЗМИ. КОЛЕКТИВНІ МОДИ

ЛЬВІВ

УДК: 537.5; 536.75

PACS: 52.27.Lw

Узгоджений опис кінетики та гідродинаміки заповорошеної плазми. Колективні моди

Б.Б.Марків, М.В.Токарчук

Анотація. У роботі запропоновано узгоджений статистичний опис кінетики та гідродинаміки заповорошеної плазми на основі методу нерівноважного статистичного оператора Д. Зубарева. Побудовано нерівноважний статистичний оператор та узагальнені рівняння переносу узгодженого опису кінетики порошинок та гідродинаміки електронів, іонів та нейтральних атомів для випадків поведінки системи з консервативними та парціальними змінними. У наближенні слабо нерівноважних процесів досліджено спектр колективних збуджень заповорошеної плазми у гідродинамічній границі за допомогою теорії збурень для колективних мод.

Consistent description of kinetics and hydrodynamics of dusty plasma. Collective modes

B.B.Markiv, M.V.Tokarchuk

Abstract. We propose a consistent statistical description of kinetics and hydrodynamics of dusty plasma based on the Zubarev nonequilibrium statistical operator method. The nonequilibrium statistical operator and the generalized transport equations for a consistent description of kinetics of dust particles and hydrodynamics of electrons, ions and neutral atoms are obtained for the cases of conservative and partial dynamics. In the approximation of weak nonequilibrium a spectrum of collective excitations of dusty plasma in the hydrodynamic limit is investigated by means of perturbation theory for collective modes.

Подається в Український фізичний журнал
Submitted to Ukrainian Journal of Physics

© Інститут фізики конденсованих систем 2011
Institute for Condensed Matter Physics 2011

1. Вступ

Дослідження нерівноважних властивостей заповорошеної плазми актуальні в галузі керованого термоядерного синтезу [1], плазموпилових структур [2], низькотемпературної плазми [3]. Труднощі опису таких систем з процесами самоорганізації та структуризації пов'язані з сильною асиметрією у розмірах, масах і зарядах компонент (електронів, іонів, нейтральних атомів та порошинок), ефектами іонізації нейтральних частинок, а також адсорбції нейтральних частинок на поверхню порошинок. Складні електромагнітні процеси зарядження, перезарядження порошинок, що приводять до появи частинок з великим електричним зарядом, електронно-іонні процеси переносу вимагають розробки теорії ефективних екрануючих потенціалів взаємодії між частинками [4]. У таких системах кінетичні та гідродинамічні електромагнітні процеси потребують узгодженого опису. Із огляду на це кінетична теорія заповорошеної плазми розвивалась різними авторами у працях [5–13].

Зокрема, статистична теорія заповорошеної плазми була сформульована в [7], де отримано мікроскопічні рівняння для фазових густин та ланцюжок рівнянь ББГКІ для нерівноважних функцій розподілу електронів, іонів, атомів і порошинок. На її основі у [14] розвинуто кінетичну теорію електромагнітних флуктуацій у заповорошеній плазмі й, зокрема, показано, що такий опис приводить до залежності ефективних перерізів зарядження порошинок від хвильового числа, що відображає вплив ефектів неоднорідності плазми. Дослідження флуктуацій заряду в заповорошеній плазмі становить одну з основних проблем. Важливі результати в цьому напрямі отримано в [15–17]. Зокрема, в [17] флуктуації заряду у заповорошеній плазмі вивчали комп'ютерним моделюванням методом броунівської динаміки в межах дифузійно-дрейфового наближення. Процеси впливу емісії на заряд та ефективний потенціал порошинки у плазмі при різних інтенсивностях зовнішніх джерел іонізації також досліджувалися числовими методами [18].

Окрему проблему становлять дослідження часових кореляційних функцій та коефіцієнтів переносу, зокрема, в'язкості, теплопровідності, термодифузії, іонної та електронної провідності для заповорошеної плазми як відкритої просторово неоднорідної системи. Оскільки заповорошена плазма характеризується сильною асиметрією в розмірах, зарядах і масах компонент, то, очевидно, характерною буде й динаміка кожної компоненти в процесах переносу. Тобто, слід очікувати, що часові кореляційні функції “густина-густина”, “імпульс-

імпульс”, а також коефіцієнти переносу в’язкості, теплопровідності для кожної компоненти, іонна та електронна провідності матимуть власну характерну часову та просторову поведінку, на яку теж впливатимуть кінетичні процеси, характерні для порошинок.

У запропонованій роботі ми проведемо узгоджений статистичний опис кінетики та гідродинаміки запорошеної плазми, скориставшись методом нерівноважного статистичного оператора Зубарева [19, 20]. Розглянемо випадки опису системи на мові парціальних та консервативних динамічних змінних без урахування процесів іонізації та адсорбції атомів на поверхню порошинок. У другому розділі побудовано нерівноважний статистичний оператор та на його основі система рівнянь переносу для узгодженого опису кінетики порошинок та гідродинаміки електронів, іонів і нейтральних атомів. Розділ 3 присвячений розгляду слабо нерівноважних процесів, де отримано та проаналізовано систему рівнянь для часових кореляційних функцій. У четвертому розділі за допомогою теорії збурень для колективних мод [21, 22] досліджується спектр колективних збуджень системи у гідродинамічній границі. Отримані результати коротко підсумуємо у п’ятому розділі.

2. Узгоджений опис кінетики та гідродинаміки запорошеної плазми

Будемо розглядати запорошену плазму як систему з N_e – електронів, N_a – атомів сорту a , N_i – іонів сорту i та N_d – порошинок, що взаємодіють між собою. Гамільтоніан такої багатокомпонентної системи запишемо у вигляді

$$H = H_e + H_i + H_a + H_d, \quad (1)$$

де

$$H_\alpha = \sum_{s=1}^{N_\alpha} \frac{(p_s^\alpha)^2}{2m_\alpha} + \frac{1}{2} \sum_{\gamma} \sum_{s \neq s'}^{N_\alpha, N_\gamma} V_{\alpha\gamma}(|\vec{r}_{ss'}|) \quad (2)$$

– гамільтоніани відповідно електронної (e), іонної (i), атомної (a) та пилової (d) модельних підсистем;

$$\vec{p}_s^\alpha = \vec{p}_s^\alpha - \delta_\alpha \frac{Z_\alpha e}{c} \vec{A}(\vec{r}; t),$$

$$\delta_\alpha = \begin{cases} 1, & \alpha = i, e, d; \\ 0, & \alpha = a. \end{cases}$$

Тут \vec{p}_α – вектор-імпульс відповідної частинки, $\alpha = e, i, a, d$, $\vec{A}(\vec{r}; t)$ – векторний потенціал електромагнітного поля. Вирази для потенціалів взаємодії $V_{\alpha\alpha}$ та міжсортних енергій взаємодії V_{ei} , V_{ea} , V_{ed} , V_{ia} , V_{id} , V_{ad} наведені в [3].

Нерівноважний стан такої багатокомпонентної системи заряджених і нейтральних частинок зв’язаний з динамікою кожної з компонент та взаємодією між ними. Різні компоненти можуть бути в кінетичному чи гідродинамічному, стаціонарному чи нестаціонарному станах, причому умова локальної електронейтральності може бути порушена внаслідок заряджання, перезаряджання порошинок. Розглянемо такий нерівноважний стан системи, коли підсистема електронів, іонів, атомів перебуває в гідродинамічному стані, а порошинки, заряд і маса яких можуть постійно змінюватись, – у кінетичному стані. Часто реалізується ситуація, коли густина зарядженої компоненти є на 5–7 порядків меншою, ніж густина нейтральних частинок, а густина порошинок є ще меншою. Оскільки до складу запорошеної плазми входять частинки з великою різницею мас, розмірів та зарядів, характерні часи відповідних підсистем будуть сильно відрізнятися. Тому параметрами опису такого нерівноважного стану системи загалом можуть бути парціальні характеристики: середні значення густини числа частинок, імпульсу, енергії електронів, іонів, атомів для опису гідродинамічного стану:

$$\langle \hat{n}_\alpha(\vec{r}) \rangle^t, \quad \langle \hat{j}_\alpha(\vec{r}) \rangle^t, \quad \langle \hat{\varepsilon}_\alpha(\vec{r}) \rangle^t. \quad (3)$$

Тут введено позначення $\langle \dots \rangle^t = \int d\Gamma_N \dots \varrho(t)$,

$$\hat{n}_\alpha(\vec{r}) = \sum_{s=1}^{N_\alpha} \delta(\vec{r} - \vec{r}_s) \quad (4)$$

– мікроскопічна густина частинок сорту $\alpha = \{e, i, a\}$;

$$\hat{j}_\alpha(\vec{r}) = \sum_{s=1}^{N_\alpha} \vec{p}_s \delta(\vec{r} - \vec{r}_s) \quad (5)$$

– мікроскопічна густина імпульсу частинок сорту α ;

$$\hat{\varepsilon}_\alpha(\vec{r}) = \sum_{s=1}^{N_\alpha} \left(\frac{p_s^2}{2m_\alpha} + \frac{1}{2} \sum_{s' \neq s=1}^{N_\alpha} \Phi_{\alpha\alpha}(|\vec{r}_s - \vec{r}_{s'}|) \right) \delta(\vec{r} - \vec{r}_s) \quad (6)$$

– мікроскопічна густина енергії частинок сорту α .

Для опису кінетики порошинок може бути обрана нерівноважна функція розподілу порошинок:

$$\langle \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}, Z) \rangle^t, \quad (7)$$

де

$$\hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}, Z) = \sum_{s=1}^{N_d} \delta(\vec{r} - \vec{r}_s) \delta(\vec{p} - m_s \vec{v}_s) \delta(Z - Z_s) \quad (8)$$

– мікроскопічна фазова густина числа заряджених порошинок, яка враховує зміну заряду та маси частинки у процесах заряджання та розряджання порошинок. Набір парціальних динамічних змінних дає можливість вивчати певні процеси кінетичної природи, що є важливими при виході з гідродинамічного режиму, наприклад, релаксаційні процеси, пов'язані з різницею парціальних температур у підсистемах. Такі процеси релаксації неможливо вивчати, використовуючи набір консервативних змінних.

Рух електронів, іонів та заряджених порошинок породжує відповідні електромагнітні поля, які своєю чергою зумовлюють процеси поляризації та зміни діелектричних властивостей усїєї системи. Тобто параметрами опису, крім (3), (7), будуть ще середні значення електричного та магнітного полів, створюваних електронами, іонами та зарядженими порошинками: $\langle \hat{E}(\vec{r}) \rangle^t$, $\langle \hat{B}(\vec{r}) \rangle^t$ та їх індукції $\langle \hat{D}(\vec{r}) \rangle^t$, $\langle \hat{H}(\vec{r}) \rangle^t$, які задовольняють усереднені рівняння Максвелла:

$$\vec{\nabla} \cdot \langle \hat{B}(\vec{r}) \rangle^t = 0, \quad (9)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \langle \hat{D}(\vec{r}) \rangle^t = \sum_i \langle \hat{n}_i(\vec{r}) \rangle^t Z_i e + e \langle \hat{n}_e(\vec{r}) \rangle^t + \int dZ \int d\vec{p} \langle \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}, Z_d) \rangle^t, \quad (10)$$

$$\vec{\nabla} \times \langle \hat{E}(\vec{r}) \rangle^t + \frac{\partial}{\partial t} \langle \hat{B}(\vec{r}) \rangle^t = 0, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \langle \hat{H}(\vec{r}) \rangle^t - \frac{\partial}{\partial t} \langle \hat{D}(\vec{r}) \rangle^t &= \frac{e}{m_e} \langle \hat{j}_e(\vec{r}) \rangle^t \\ &+ \sum_i \frac{Z_i e}{m_i} \langle \hat{j}_i(\vec{r}) \rangle^t + \int dZ \int d\vec{p} \frac{\vec{p}}{m_d} \langle \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}, Z_d) \rangle^t. \end{aligned} \quad (12)$$

Хоча, як бачимо зі структури рівнянь (9)–(12), параметри скороченого опису (3), (7) не є незалежними від $\langle \hat{E}(\vec{r}) \rangle^t$, $\langle \hat{B}(\vec{r}) \rangle^t$, $\langle \hat{D}(\vec{r}) \rangle^t$, $\langle \hat{H}(\vec{r}) \rangle^t$, а навпаки, частинково-польові процеси переносу взаємопов'язані й мають враховуватись самоузгоджено. Більше того, узгодження гідродинаміки електронів, іонів, атомів з кінетикою порошинок відбувається не тільки через узагальнені рівняння переносу, а також при формуванні електромагнітного поля (10), (12) [23]. Крім цього, відомі інтегральні співвідношення між $\langle \hat{D}(\vec{r}) \rangle^t$ і $\langle \hat{E}(\vec{r}) \rangle^t$ та $\langle \hat{B}(\vec{r}) \rangle^t$ і $\langle \hat{H}(\vec{r}) \rangle^t$ визначають просторово неоднорідні діелектричну функцію $\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}'; t, t')$ та намагніченість $\chi(\vec{r}, \vec{r}'; t, t')$, що описують поляризаційні процеси в системі.

Середні значення густини числа частинок, імпульсу, енергії електронів, іонів, атомів і фазової густини числа заряджених порошинок (3), (7) та полів у (9)–(12) знаходяться за допомогою нерівноважного статистичного оператора $\varrho(t)$, що задовольняє відповідне рівняння Ліувіля. Для знаходження $\varrho(t)$ скористаємось методом нерівноважного статистичного оператора (НСО) Зубарева [19] з урахуванням проектування, який дає змогу записати $\varrho(t)$ у загальній формі:

$$\varrho(t) = \varrho_q(t) - \int_{-\infty}^t e^{\varepsilon(t'-t)} T(t, t') (1 - \mathcal{P}_q(t')) iL_N \varrho_q(t') dt', \quad (13)$$

де iL_N – оператор Ліувіля заповненої плазми, що відповідає гамільтоніану (1); $T(t, t') = \exp \left\{ - \int_t^{t'} (1 - \mathcal{P}_q(t'')) iL_N dt'' \right\}$ – узагальнений оператор еволюції з проектуванням $(1 - \mathcal{P}_q(t''))$; $\mathcal{P}_q(t'')$ – узагальнений проєкційний оператор Кавасакі-Гантона, структура якого залежить від квазірівноважного статистичного оператора $\varrho_q(t)$. У методі НСО $\varrho_q(t)$ знаходять із екстремуму інформаційної ентропії при збереженні умови нормування $\int d\Gamma \varrho_q(t) = 1$ і фіксованих значеннях параметрів скороченого опису, в нашому випадку (3), (7):

$$\begin{aligned} \varrho_q(t) &= \exp \left\{ -\Phi(t) \right. \\ &- \sum_{\alpha} \int d\vec{r} \beta_{\alpha}(\vec{r}; t) \left[\hat{\varepsilon}_{\alpha}(\vec{r}) - \left(\vec{v}_{\alpha}(\vec{r}; t) + \delta_{\alpha} \frac{Z_{\alpha} e}{m_{\alpha} c} \vec{A}(\vec{r}; t) \right) \cdot \hat{j}_{\alpha} \right. \\ &- \left. \left. \left(\nu_{\alpha}(\vec{r}; t) - \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}^2(\vec{r}; t)}{2} \right) \hat{n}_{\alpha} \right] - \int d\vec{r} \int d\vec{p} \int dZ a_d(\vec{r}, \vec{p}; Z; t) \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

де $\Phi(t)$ – функціонал Масьє-Планка, який визначають з умови нормування $\varrho_q(t)$:

$$\begin{aligned} \Phi(t) = & \ln \int d\Gamma_N \exp \left\{ - \sum_{\alpha} \int d\vec{r} \beta_{\alpha}(\vec{r}; t) \right. \\ & \times \left[\hat{\varepsilon}_{\alpha}(\vec{r}) - \left(\vec{v}_{\alpha}(\vec{r}; t) + \delta_{\alpha} \frac{Z_{\alpha} e}{m_{\alpha} c} \vec{A}(\vec{r}; t) \right) \cdot \hat{j}_{\alpha} \right. \\ & \left. \left. - \left(\nu_{\alpha}(\vec{r}; t) - \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}^2(\vec{r}; t)}{2} \right) \hat{n}_{\alpha} \right] - \int d\vec{r} \int d\vec{p} \int dZ a_d(\vec{r}, \vec{p}; Z; t) \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) \right\}; \end{aligned} \quad (15)$$

$\beta_{\alpha}(\vec{r}; t)$ – локальна обернена температура частинок; $\vec{v}_{\alpha}(\vec{r}; t)$ – гідродинамічні швидкості компонент;

$$\nu_{\alpha}(\vec{r}; t) = \mu_{\alpha}(\vec{r}; t) + Z_{\alpha} e \Phi(\vec{r}; t); \quad (16)$$

$\mu_{\alpha}(\vec{r}; t)$ – електрохімічний потенціал іонів та електронів (при $\alpha = i$ та $\alpha = e$, відповідно), $\Phi(\vec{r}; t)$ – електричний потенціал, градієнт якого визначає електричне поле, створене іонами, електронами та порошинками:

$$\vec{E}(\vec{r}; t) = -\nabla \Phi(\vec{r}; t) = \langle \vec{E}(\vec{r}) \rangle^t; \quad (17)$$

$\mu_{\alpha}(\vec{r}; t)$ – локальний хімічний потенціал компоненти α . Локальні термодинамічні параметри $\{\beta_{\alpha}(\vec{r}; t), \vec{v}_{\alpha}(\vec{r}; t), \nu_{\alpha}(\vec{r}; t)\}$ визначаються з умов самоузгодження:

$$\langle \hat{\varepsilon}'_{\alpha}(\vec{r}) \rangle^t = \langle \hat{\varepsilon}'_{\alpha}(\vec{r}) \rangle_q^t, \quad \langle \hat{j}'_{\alpha}(\vec{r}) \rangle^t = \langle \hat{j}'_{\alpha}(\vec{r}) \rangle_q^t, \quad \langle \hat{n}'_{\alpha}(\vec{r}) \rangle^t = \langle \hat{n}'_{\alpha}(\vec{r}) \rangle_q^t, \quad (18)$$

де $\hat{\varepsilon}'_{\alpha}(\vec{r}) = \hat{\varepsilon}_{\alpha}(\vec{r}) - \left(\vec{v}_{\alpha}(\vec{r}; t) + \delta_{\alpha} \frac{Z_{\alpha} e}{m_{\alpha} c} \vec{A}(\vec{r}; t) \right) \cdot \hat{j}_{\alpha} + \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}^2(\vec{r}; t)}{2} \hat{n}_{\alpha}(\vec{r})$ – локальне значення енергії у супровідній системі відліку, що рухається з середньою швидкістю $\vec{v}_{\alpha}(\vec{r}; t)$. Вони задовольняють відповідні узагальнені термодинамічні співвідношення. Параметр $a_d(\vec{r}, \vec{p}; Z; t)$, спряжений до $\langle \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) \rangle^t$, визначається з умови самоузгодження

$$\langle \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) \rangle^t = \langle \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) \rangle_q^t. \quad (19)$$

Врахувавши структуру $\varrho_q(t)$, узагальнений проєкційний оператор

$\mathcal{P}_q(t)$ представимо у вигляді

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(t)\rho = & \left(\varrho_q(t) - \sum_{\alpha} \sum_l \int d\vec{r} \frac{\delta \varrho_q(t)}{\delta \langle \hat{b}_{\alpha l}(\vec{r}) \rangle^t} \right. \\ & \left. - \int d\vec{r} \int d\vec{p} \int dZ \frac{\delta \varrho_q(t)}{\delta \langle \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) \rangle^t} \right) \int d\Gamma_N \rho \\ & + \sum_{\alpha} \sum_l \int d\vec{r} \frac{\delta \varrho_q(t)}{\delta \langle \hat{b}_{\alpha l}(\vec{r}) \rangle^t} \int d\Gamma_N \hat{b}_{\alpha l}(\vec{r}) \rho \\ & + \int d\vec{r} \int d\vec{p} \int dZ \frac{\delta \varrho_q(t)}{\delta \langle \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) \rangle^t} \int d\Gamma_N \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) \rho, \end{aligned} \quad (20)$$

де $l=1,2,3$, $\hat{b}_{\alpha 1} = \hat{\varepsilon}_{\alpha}(\vec{r})$, $\hat{b}_{\alpha 2} = \hat{j}_{\alpha}(\vec{r})$, $\hat{b}_{\alpha 3} = \hat{n}_{\alpha}(\vec{r})$, $\mathcal{P}_q(t)$ має властивості: $\mathcal{P}_q(t)\varrho(t) = \varrho_q(t)$, $\mathcal{P}_q(t)\mathcal{P}_q(t') = \mathcal{P}_q(t)$, $\mathcal{P}_q(t)\varrho_q(t') = \varrho_q(t)$. Підставивши (14) у (13), одержимо нерівноважний статистичний оператор запарошеної плазми:

$$\begin{aligned} \varrho(t) = & \varrho_q(t) + \sum_{\alpha} \int d\vec{r}' \int_{-\infty}^t e^{\varepsilon(t'-t)} T(t, t') I_{\varepsilon}^{\alpha}(\vec{r}'; t') \beta_{\alpha}(\vec{r}'; t') \varrho_q(t') dt' \\ & - \sum_{\alpha} \int d\vec{r}' \int_{-\infty}^t e^{\varepsilon(t'-t)} T(t, t') I_j^{\alpha}(\vec{r}'; t') \beta_k(\vec{r}'; t') \\ & \times \left(\vec{v}_{\alpha}(\vec{r}'; t') + \delta_{\alpha} \frac{Z_{\alpha} e}{m_{\alpha} c} \vec{A}(\vec{r}'; t') \right) \varrho_q(t') dt' \\ & + \int d\vec{r}' \int d\vec{p}' \int dZ' \int_{-\infty}^t e^{\varepsilon(t'-t)} T(t, t') I_n^d(\vec{r}', \vec{p}'; Z'; t') a_d(\vec{r}', \vec{p}'; Z'; t') \varrho_q(t') dt', \end{aligned} \quad (21)$$

де

$$I_{\varepsilon}^{\alpha}(\vec{r}; t) = (1 - \mathcal{P}(t)) i L_N \hat{\varepsilon}_{\alpha}(\vec{r}) \quad (22)$$

– узагальнений потік густини енергії;

$$I_j^{\alpha}(\vec{r}; t) = (1 - \mathcal{P}(t)) i L_N \hat{j}_{\alpha}(\vec{r}) \quad (23)$$

– узагальнений потік густини імпульсу;

$$I_n^d(\vec{r}, \vec{p}; Z; t) = (1 - \mathcal{P}(t)) i L_N \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) \quad (24)$$

– узагальнений потік мікроскопічної густини порошинок.

У (22)–(24) узагальнений проєкційний оператор Морі $\mathcal{P}(t)$ має таку

структуру:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(t)\hat{A} &= \langle \hat{A} \rangle_q^t + \sum_{\alpha} \sum_l \int d\vec{r} \frac{\delta \langle \hat{A} \rangle_q^t}{\delta \langle \hat{b}_{\alpha l}(\vec{r}) \rangle^t} (\hat{b}_{\alpha l}(\vec{r}) - \langle \hat{b}_{\alpha l}(\vec{r}) \rangle^t) \quad (25) \\ &+ \int d\vec{r} \frac{\delta \langle \hat{A} \rangle_q^t}{\delta \langle \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) \rangle^t} (\hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) - \langle \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) \rangle^t). \end{aligned}$$

При цьому $\mathcal{P}(t)\mathcal{P}(t') = \mathcal{P}(t)$, $\mathcal{P}(t)(1 - \mathcal{P}(t')) = 0$, $\mathcal{P}(t)\hat{b}_{\alpha l}(\vec{r}) = \hat{b}_{\alpha l}(\vec{r})$, $\mathcal{P}(t)\hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z) = \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z)$. За допомогою нерівноважного статистичного оператора $\varrho(t)$ для параметрів скороченого опису можна отримати систему рівнянь переносу, яку представимо у матричній формі:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \tilde{A}(\vec{x}) \rangle^t = \langle \tilde{A}(\vec{x}) \rangle_q^t - \int d\vec{x}' \int_{-\infty}^t e^{\varepsilon(t-t')} \tilde{\varphi}_{AA}(\vec{x}, \vec{x}'; t, t') \tilde{F}_A(\vec{x}; t') dt', \quad (26)$$

де $\tilde{A}(\vec{x}) = \text{col}(\hat{b}_{\alpha l}(\vec{r}), \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z)) = \text{col}(\hat{n}_{\alpha}(\vec{r}), \hat{j}_{\alpha}(\vec{r}), \hat{\varepsilon}_{\alpha}(\vec{r}), \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}; Z))$ – вектор-стовпчик; $\tilde{F}_A(\vec{x}; t') = \text{col}(-\beta_{\alpha}(\vec{r}; t)(\nu_{\alpha}(\vec{r}; t) - m_{\alpha}v_{\alpha}^2(\vec{r}; t)/2), -\beta_{\alpha}(\vec{r}; t) [\vec{v}_{\alpha}(\vec{r}; t) + \delta_{\alpha} \frac{Z_{\alpha}e}{m_{\alpha}c} \vec{A}(\vec{r}; t)], \beta_{\alpha}(\vec{r}; t), a_d(\vec{r}, \vec{p}; Z; t))$ – вектор-рядок;

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_{AA}(\vec{x}, \vec{x}'; t, t') &= \langle \tilde{I}(\vec{x}; t) T(t, t') \tilde{I}^+(\vec{x}'; t') \rangle_q^t \quad (27) \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{0} \\ \tilde{0} & \tilde{\varphi}_{I_j I_j} & \tilde{\varphi}_{I_j I_{\varepsilon}} & \tilde{\varphi}_{I_j I_n^d} \\ \tilde{0} & \tilde{\varphi}_{I_{\varepsilon} I_j} & \tilde{\varphi}_{I_{\varepsilon} I_{\varepsilon}} & \tilde{\varphi}_{I_{\varepsilon} I_n^d} \\ \tilde{0} & \tilde{\varphi}_{I_n^d I_j} & \tilde{\varphi}_{I_n^d I_{\varepsilon}} & \tilde{\varphi}_{I_n^d I_n^d} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

– блокова матриця, в якій $\tilde{\varphi}_{I_A I_A}$ – матриці узагальнених ядер переносу, зокрема:

$$\tilde{\varphi}_{I_j I_j}(\vec{r}, \vec{r}', t, t') = \begin{bmatrix} \varphi_{I_j I_j}^{ee} & \varphi_{I_j I_j}^{ei} & \varphi_{I_j I_j}^{ea} \\ \varphi_{I_j I_j}^{ie} & \varphi_{I_j I_j}^{ii} & \varphi_{I_j I_j}^{ia} \\ \varphi_{I_j I_j}^{ae} & \varphi_{I_j I_j}^{ai} & \varphi_{I_j I_j}^{aa} \end{bmatrix}_{(r, r'; t, t')}, \quad (28)$$

де діагональні елементи – ядра переносу, через які визначаються узагальнені коефіцієнти в'язкості для електронів, іонів та атомів; недіагональні елементи – ядра переносу, що визначають перехресні

коефіцієнти переносу й описують дисипативні кореляції між потоками густини імпульсу електронів, іонів та атомів. Подібно матриця

$$\tilde{\varphi}_{I_{\varepsilon} I_{\varepsilon}}(\vec{r}, \vec{r}', t, t') = \begin{bmatrix} \varphi_{I_{\varepsilon} I_{\varepsilon}}^{ee} & \varphi_{I_{\varepsilon} I_{\varepsilon}}^{ei} & \varphi_{I_{\varepsilon} I_{\varepsilon}}^{ea} \\ \varphi_{I_{\varepsilon} I_{\varepsilon}}^{ie} & \varphi_{I_{\varepsilon} I_{\varepsilon}}^{ii} & \varphi_{I_{\varepsilon} I_{\varepsilon}}^{ia} \\ \varphi_{I_{\varepsilon} I_{\varepsilon}}^{ae} & \varphi_{I_{\varepsilon} I_{\varepsilon}}^{ai} & \varphi_{I_{\varepsilon} I_{\varepsilon}}^{aa} \end{bmatrix}_{(r, r'; t, t')} \quad (29)$$

має діагональні елементи – ядра переносу, через які визначаються узагальнені коефіцієнти теплопровідності для електронів, іонів та атомів. Недіагональні елементи – ядра переносу, що визначають узагальнені перехресні коефіцієнти, які описують дисипативні кореляції між потоками густини енергії електронів, іонів, атомів. Відповідно ядра переносу матриць $\tilde{\varphi}_{I_{\varepsilon} I_j}(\vec{r}, \vec{r}', t, t')$, $\tilde{\varphi}_{I_j I_{\varepsilon}}(\vec{r}, \vec{r}', t, t')$ описують дисипативні кореляції між узагальненими потоками імпульсу та енергії електронів, іонів і атомів. Ядра переносу матриць $\tilde{\varphi}_{I_j I_n^d}(\vec{r}, \vec{r}', \vec{p}'; Z; t, t')$, $\tilde{\varphi}_{I_n^d I_j}(\vec{r}, \vec{r}', \vec{p}'; Z; t, t')$, $\tilde{\varphi}_{I_n^d I_{\varepsilon}}(\vec{r}, \vec{r}', \vec{p}'; Z; t, t')$, $\tilde{\varphi}_{I_{\varepsilon} I_n^d}(\vec{r}, \vec{r}', \vec{p}'; Z; t, t')$ у (27) описують, відповідно, дисипативні кореляції між узагальненими потоками густини імпульсу та енергії електронів, іонів і атомів з узагальненими потоками мікроскопічної фазової густини порошинок. Причому

$$\tilde{I}(\vec{x}; t) = \text{col}(I_n^{\alpha}(\vec{r}; t), I_j^{\alpha}(\vec{r}; t), I_{\varepsilon}^{\alpha}(\vec{r}; t), I_n^d(\vec{r}, \vec{p}; Z; t))$$

– вектор-стовпчик,

$$\tilde{I}^{(+)}(\vec{x}'; t') = (I_n^{\alpha}(\vec{r}'; t'), I_j^{\alpha}(\vec{r}'; t'), I_{\varepsilon}^{\alpha}(\vec{r}'; t'), I_n^d(\vec{r}', \vec{p}'; Z'; t'))$$

– вектор-рядок, а $\tilde{I}(\vec{x}; t') \tilde{I}^{(+)}(\vec{x}'; t')$ – їх скалярний добуток. Ядро переносу $\tilde{\varphi}_{I_n^d I_n^d}(\vec{r}, \vec{p}; Z; \vec{r}', \vec{p}'; Z'; t, t')$ описує дисипативні кореляції між узагальненими потоками мікроскопічної фазової густини порошинок і визначає узагальнений коефіцієнт дифузії в фазовому просторі координат та імпульсів порошинок. Рух електронів, іонів і заряджених порошинок, у яких може змінюватись поверхневий заряд, згідно з рівняннями Максвелла (9)–(12) породжує електромагнітні поля. Дисипативні процеси переносу, пов'язані з потоками густини імпульсу, енергії електронів, іонів, атомів та кінетикою заряджених порошинок, що описуються системою немарківських рівнянь переносу (26), впливатимуть на дисипацію польових змінних через праві частини рівнянь (10), (12).

Поряд зі статистичною теорією запорошеної плазми [7], яка базується на ланцюжку рівнянь ББГКІ для нерівноважних функцій

розподілу, нами запропоновано узгоджений опис кінетичних та гідродинамічних процесів з парціальним вкладом динаміки кожної компоненти на основі методу нерівноважного статистичного оператора Зубарева. На основі отриманої системи рівнянь переносу (26) та усереднених рівнянь Максвелла [23] можуть бути досліджені часові кореляційні функції та узагальнені коефіцієнти переносу запорошеної плазми як для слабо, так і для сильно нерівноважних процесів. Така система рівнянь узгоджено враховує кінетичні та гідродинамічні немарківські процеси та взаємовплив динаміки частинок та електромагнітного поля. Важливими є дослідження залежностей узагальнених коефіцієнтів переносу в'язкості, теплопровідності, іонної та електронної провідності, що зв'язані з ядрами переносу (28), (29), від хвильового вектора та частоти. В запропонованому напрямі досліджень основна проблема зводиться до розрахунку узагальнених ядер переносу (27), зокрема $\varphi_{I_n^a I_n^a}(t)$ у кінетичному рівнянні для $\langle \hat{n}_d(\vec{r}, \vec{p}, Z_d) \rangle^t$. При малих концентраціях порошинок у ядрі переносу $\varphi_{I_n^a I_n^a}(t)$ можуть бути виконані розклади за густиною порошинок. Водночас важливими є дослідження слабо нерівноважних процесів у системі, коли градієнти за просторовими координатами від нерівноважних термодинамічних параметрів $\tilde{F}_A(\vec{x}; t')$ малі. У лінійному наближенні за градієнтами відхилень нерівноважних термодинамічних параметрів від їх рівноважних значень система рівнянь переносу (26) стає замкнутою, і, як відомо, в методі нерівноважного статистичного оператора її будуть задовольняти також рівноважні часові кореляційні функції основного набору параметрів скороченого опису (4)–(6), (8). Цю задачу розглянемо у наступному розділі.

3. Слабо нерівноважні процеси у запорошеній плазмі

Розглянемо нерівноважні процеси у запорошеній плазмі, коли нерівноважні термодинамічні параметри $\tilde{F}_A(x; t)$ мало відрізняються від їх рівноважних значень $\tilde{F}_A(x; 0)$. Це еквівалентне тому, що $\langle \tilde{A}(x) \rangle^t$ мало відрізняються від їх рівноважних значень $\langle \tilde{A}(x) \rangle_0$. Тут $\langle \dots \rangle_0 = \int d\Gamma_N \dots \varrho_0$, ϱ_0 – рівноважний статистичний оператор запорошеної плазми. Тоді, розклавши квазірівноважний статистичний оператор (14) за відхиленнями $\delta\tilde{F}_A(x; t) = \tilde{F}_A(x; t) - \tilde{F}_A(x; 0)$, обмежимося лінійним наближенням:

$$\varrho_q(t) = \varrho_0 \left\{ 1 - \int dx \delta\tilde{F}_A(x; t) \tilde{A}(x) \right\}. \quad (30)$$

Далі, для зручності скористаємося перетворенням Фур'є. Тоді виключивши параметри $\delta\tilde{F}_A(\vec{k}; t)$ із (30) за допомогою умов самоузгодження (18)–(19), отримуємо

$$\varrho_q^0(t) = \varrho_0 \left\{ 1 + \sum_{\vec{k}} \int dx \int dx' \delta\tilde{A}_{\vec{k}}(x; t) \tilde{\Phi}_{AA}^{-1}(\vec{k}, x, x') \tilde{A}_{\vec{k}}(x') \right\}, \quad (31)$$

де $\langle \delta\tilde{A}_{\vec{k}}(x) \rangle^t = \delta\tilde{A}_{\vec{k}}(x; t)$, $\delta\tilde{A}_{\vec{k}}(x) = \tilde{A}_{\vec{k}}(x) - \langle \tilde{A}_{\vec{k}}(x) \rangle_0$. Надалі $x = \{\vec{p}, Z\}$, а інтегрування стосується лише змінної, що описує підсистему порошинок. $\tilde{\Phi}_{AA}^{-1}(\vec{k}, x, x')$ – матриця, обернена до матриці кореляційних функцій змінних $\tilde{A}_{\vec{k}}(x)$:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{AA}(\vec{k}, x, x') &= \langle \tilde{A}_{\vec{k}}(x) \tilde{A}_{\vec{k}}^+(x') \rangle_0 \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_{nn} & \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{0} \\ \tilde{0} & \tilde{\Phi}_{pp} & \tilde{0} & \tilde{0} \\ \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{\Phi}_{hh} & \tilde{0} \\ \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{\Phi}_{NN} \end{bmatrix}_{(\vec{k}, x, x')}. \end{aligned} \quad (32)$$

Тут, зокрема,

$$\tilde{\Phi}_{nn}(\vec{k}) = \begin{bmatrix} \Phi_{nn}^{ee} & \Phi_{nn}^{ei} & \Phi_{nn}^{ea} \\ \Phi_{nn}^{ie} & \Phi_{nn}^{ii} & \Phi_{nn}^{ia} \\ \Phi_{nn}^{ae} & \Phi_{nn}^{ai} & \Phi_{nn}^{aa} \end{bmatrix}_{(\vec{k})} \quad (33)$$

– матриця рівноважних кореляційних функцій “густина-густина” для електронів, іонів та нейтральних атомів $\Phi_{nn}^{\alpha\gamma}(\vec{k}) = \langle \hat{n}_k^\alpha \hat{n}_k^\gamma \rangle_0$.

$$\tilde{\Phi}_{jj}(\vec{k}) = \begin{bmatrix} \Phi_{jj}^{ee} & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{jj}^{ii} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{jj}^{aa} \end{bmatrix}_{(\vec{k})} \quad (34)$$

– матриця рівноважних кореляційних функцій “імпульс-імпульс” для електронів, іонів та нейтральних атомів $\Phi_{jj}^{\alpha\gamma}(\vec{k}) = \langle \hat{j}_k^\alpha \hat{j}_k^\gamma \rangle_0$.

$$\tilde{\Phi}_{hh}(\vec{k}) = \begin{bmatrix} \Phi_{hh}^{ee} & \Phi_{hh}^{ei} & \Phi_{hh}^{ea} \\ \Phi_{hh}^{ie} & \Phi_{hh}^{ii} & \Phi_{hh}^{ia} \\ \Phi_{hh}^{ae} & \Phi_{hh}^{ai} & \Phi_{hh}^{aa} \end{bmatrix}_{(\vec{k})} \quad (35)$$

– матриця рівноважних кореляційних функцій “ентальпія-ентальпія” для електронів, іонів та нейтральних атомів $\Phi_{hh}^{\alpha\gamma}(\vec{k}) = \langle \hat{h}_k^\alpha \hat{h}_k^\gamma \rangle_0$.

$$\hat{h}_k^\alpha = \hat{\varepsilon}_k^\alpha - \sum_{\gamma\gamma'} \langle \hat{\varepsilon}_k^\alpha \hat{n}_k^\gamma \rangle_0 [\Phi_{nn}^{-1}(\vec{k})]^{\gamma\gamma'} \hat{n}_k^{\gamma'}$$

– узагальнена ентальпія підсистеми частинок сорту α .

$$\tilde{\Phi}_{NN}(\vec{k}, x, x') = \Phi_{NN}(\vec{k}, \vec{p}, Z, \vec{p}', Z') = \langle \hat{N}_{\vec{k}}(\vec{p}, Z) \hat{N}_{-\vec{k}}(\vec{p}', Z') \rangle_0 \quad (36)$$

– рівноважна кореляційна функція “фазова густина - фазова густина” для порошинок. Причому обернена функція $\Phi_{NN}^{-1}(\vec{k}, \vec{p}, Z, \vec{p}', Z')$ визначається інтегральним співвідношенням

$$\int d\vec{p}'' \int dZ'' \Phi_{NN}(\vec{k}, \vec{p}, Z, \vec{p}'', Z'') \Phi_{NN}^{-1}(\vec{k}, \vec{p}'', Z'', \vec{p}', Z') = \delta(\vec{p} - \vec{p}') \delta(Z - Z'). \quad (37)$$

Нова кінетична змінна $\hat{N}_{\vec{k}}(\vec{p}, Z)$ ортогональна до парціальних гідродинамічних змінних, вона виникає внаслідок виключення термодинамічних параметрів:

$$\hat{N}_{\vec{k}}(\vec{p}, Z) = (1 - \mathcal{P}^H) \hat{n}_{\vec{k}}^d(\vec{p}, Z). \quad (38)$$

\mathcal{P}^H – гідродинамічна частина проєкційного оператора Морі (40). Не-діагональні матриці у підматриці (32) описують перехресні статичні кореляції між електронами, іонами, атомами та порошинками.

У наближенні (31) нерівноважний статистичний оператор (21) буде мати вигляд

$$\varrho(t) = \varrho_q^0(t) - \sum_{\vec{k}} \int dx \int dx' \int_{-\infty}^t e^{\varepsilon(t-t')} \times T_0(t, t') (1 - \mathcal{P}_0) iL_N \tilde{A}_{\vec{k}}(x) \tilde{\Phi}_{AA}^{-1}(\vec{k}, x, x') \delta \tilde{A}_{-\vec{k}}(x, t') \varrho_0 dt', \quad (39)$$

де $T_0(t, t') = \exp\{(t-t')(1 - \mathcal{P}_0) iL_N\}$, \mathcal{P}_0 – проєкційний оператор Морі для слабо нерівноважних процесів, який діє на динамічні змінні,

$$\mathcal{P}_0 \tilde{B} = \langle \tilde{B} \rangle_0 + \int dx \int dx' \langle \tilde{B} \tilde{A}_{\vec{k}}^{\pm}(x) \rangle_0 \tilde{\Phi}_{AA}^{-1}(\vec{k}, x, x') \tilde{A}_{\vec{k}}(x') \quad (40)$$

з властивостями $\mathcal{P}_0(1 - \mathcal{P}_0) = 0$, $\mathcal{P}_0 \tilde{A}_{\vec{k}}(x) = \tilde{A}_{\vec{k}}(x)$. Як бачимо, нерівноважний статистичний оператор є функціоналом середніх значень $\langle \tilde{A}_{\vec{k}}(x) \rangle^t$ та узагальнених потоків $(1 - \mathcal{P}_0) iL_N \tilde{A}_{\vec{k}}(x)$. За допомогою $\varrho(t)$ (39) для $\langle \tilde{A}_{\vec{k}}(x) \rangle^t$ отримується система рівнянь [20], яку представимо у матричному вигляді:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \delta \tilde{A}_{\vec{k}}(x) \rangle^t - \int i\tilde{\Omega}_{AA}(\vec{k}, x, x') \langle \delta \tilde{A}_{\vec{k}}(x') \rangle^t dx' + \int dx' \int_{-\infty}^t e^{\varepsilon(t-t')} \tilde{\varphi}_{AA}^0(\vec{k}, x, x'; t, t') \langle \delta \tilde{A}_{\vec{k}}(x') \rangle^{t'} dt' = 0. \quad (41)$$

Тут

$$i\tilde{\Omega}_{AA}(\vec{k}, x, x') = \int dx'' \langle \dot{\tilde{A}}_{\vec{k}}(x) \tilde{A}_{\vec{k}}^{\pm}(x'') \rangle_0 \tilde{\Phi}_{AA}^{-1}(\vec{k}, x'', x') = \begin{bmatrix} \tilde{0} & i\tilde{\Omega}_{nj} & \tilde{0} & \tilde{0} \\ i\tilde{\Omega}_{jn} & \tilde{0} & i\tilde{\Omega}_{jh} & i\tilde{\Omega}_{jN} \\ \tilde{0} & i\tilde{\Omega}_{hj} & \tilde{0} & \tilde{0} \\ i\tilde{\Omega}_{Nn} & i\tilde{\Omega}_{Nj} & i\tilde{\Omega}_{Nh} & i\tilde{\Omega}_{NN} \end{bmatrix}_{(\vec{k}, x, x')} \quad (42)$$

– частотна підматриця, елементи якої описують статичні кореляції між густинами числа частинок, імпульсу та енергії кожної компоненти запорошеної плазми.

$$\tilde{\varphi}_{AA}^0(\vec{k}, x, x'; t, t') = \begin{bmatrix} \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{0} \\ \tilde{0} & \tilde{\varphi}_{jj}^0 & \tilde{\varphi}_{jh}^0 & \tilde{\varphi}_{jN}^0 \\ \tilde{0} & \tilde{\varphi}_{hj}^0 & \tilde{\varphi}_{hh}^0 & \tilde{\varphi}_{hN}^0 \\ \tilde{0} & \tilde{\varphi}_{Nj}^0 & \tilde{\varphi}_{Nh}^0 & \tilde{\varphi}_{NN}^0 \end{bmatrix}_{(\vec{k}, x, x'; t, t')} \quad (43)$$

$$= \int dx'' \langle (1 - \mathcal{P}_0) \dot{\tilde{A}}_{\vec{k}}(x) T_0(t, t') (1 - \mathcal{P}_0) \dot{\tilde{A}}_{\vec{k}}^{\pm}(x'') \rangle_0 \tilde{\Phi}_{AA}^{-1}(\vec{k}, x'', x')$$

– підматриця, елементами якої є ядра переносу (функції пам'яті), що описують дисипативні процеси в запорошеній плазмі, зокрема дифузійні, в'язкі та теплові процеси. Причому,

$$\tilde{\varphi}_{jj}^0(\vec{k}; t, t') = \begin{bmatrix} \varphi_{I_j I_j}^{ee} & \varphi_{I_j I_j}^{ei} & \varphi_{I_j I_j}^{ea} \\ \varphi_{I_j I_j}^{ie} & \varphi_{I_j I_j}^{ii} & \varphi_{I_j I_j}^{ia} \\ \varphi_{I_j I_j}^{ae} & \varphi_{I_j I_j}^{ai} & \varphi_{I_j I_j}^{aa} \end{bmatrix}_{(\vec{k}; t, t')} \quad (44)$$

– матриця, елементи якої описують в'язкі процеси, зокрема $\varphi_{I_j I_j}^{ee}$, $\varphi_{I_j I_j}^{ii}$ та $\varphi_{I_j I_j}^{aa}$ визначають узагальнені коефіцієнти в'язкості електронної, іонної та атомної компонент, а недіагональні елементи описують перехресні в'язкі процеси між компонентами.

$$\tilde{\varphi}_{hh}^0(\vec{k}; t, t') = \begin{bmatrix} \varphi_{I_h I_h}^{ee} & \varphi_{I_h I_h}^{ei} & \varphi_{I_h I_h}^{ea} \\ \varphi_{I_h I_h}^{ie} & \varphi_{I_h I_h}^{ii} & \varphi_{I_h I_h}^{ia} \\ \varphi_{I_h I_h}^{ae} & \varphi_{I_h I_h}^{ai} & \varphi_{I_h I_h}^{aa} \end{bmatrix}_{(\vec{k}; t, t')} \quad (45)$$

– матриця, елементи якої описують процеси теплопровідності, зокрема $\varphi_{I_h I_h}^{ee}$, $\varphi_{I_h I_h}^{ii}$ та $\varphi_{I_h I_h}^{aa}$ визначають узагальнені коефіцієнти теплопровідності електронної, іонної та атомної підсистем, а недіагональні елементи описують перехресні процеси теплопровідності між компонентами.

Можна показати, що в методі нерівноважного статистичного оператора [20] рівнянням (41) зодовільняють часові кореляційні функції $\tilde{\Phi}_{AA}(\vec{k}, x, x'; t) = \langle \tilde{A}_{\vec{k}}(x; t) \tilde{A}_{\vec{k}}^{\dagger}(x') \rangle_0$:

$$\tilde{\Phi}_{AA}(\vec{k}, x, x'; t) = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_{nn} & \tilde{\Phi}_{nj} & \tilde{\Phi}_{nh} & \tilde{\Phi}_{nN} \\ \tilde{\Phi}_{jn} & \tilde{\Phi}_{jj} & \tilde{\Phi}_{jh} & \tilde{\Phi}_{jN} \\ \tilde{\Phi}_{hn} & \tilde{\Phi}_{hj} & \tilde{\Phi}_{hh} & \tilde{\Phi}_{hN} \\ \tilde{\Phi}_{Nn} & \tilde{\Phi}_{Nj} & \tilde{\Phi}_{Nh} & \tilde{\Phi}_{NN} \end{bmatrix}_{(\vec{k}, x, x'; t)}, \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\Phi}_{AA}(\vec{k}, x, x'; t) - \int dx'' i \tilde{\Omega}_{AA}(\vec{k}, x, x'') \tilde{\Phi}_{AA}(\vec{k}, x'', x'; t) \\ + \int dx'' \int_{-\infty}^t e^{\varepsilon(t-t')} \tilde{\varphi}_{AA}^0(\vec{k}, x, x''; t, t') \tilde{\Phi}_{AA}(\vec{k}, x'', x'; t') dt' = 0. \end{aligned} \quad (47)$$

Зокрема, матриця часових кореляційних функцій “густина-густина” $\tilde{\Phi}_{nn}(\vec{k}; t)$ зв’язана з матрицею парціальних динамічних структурних факторів $\tilde{S}(\vec{k}; \omega)$

$$\tilde{S}(\vec{k}; \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \tilde{\Phi}_{nn}(\vec{k}; t) dt = \begin{bmatrix} S^{ee} & S^{ei} & S^{ea} \\ S^{ie} & S^{ii} & S^{ia} \\ S^{ae} & S^{ai} & S^{aa} \end{bmatrix}_{(\vec{k}; \omega)}. \quad (48)$$

Застосувавши перетворення Лапласа до матричного рівняння (47), отримаємо

$$s \tilde{\Phi}_{AA}(\vec{k}; s) - i \tilde{\Omega}_{AA}(\vec{k}) \tilde{\Phi}_{AA}(\vec{k}; s) + \tilde{\varphi}_{AA}^0 \tilde{\Phi}_{AA}(\vec{k}; s) = -\tilde{\Phi}_{AA}(\vec{k}; 0), \quad (49)$$

де $s = \omega + i\varepsilon$.

Необхідно зауважити, що у випадку $A_{\vec{k}}(x) = \hat{N}_{\vec{k}}(\vec{p}, Z)$ у системі рівнянь присутнє інтегрування за $d\vec{p}$ та dZ :

$$\begin{aligned} s \tilde{\Phi}_{NN}(\vec{k}, \vec{p}, Z, \vec{p}', Z'; s) \\ - \int d\vec{p}'' \int dZ'' i \tilde{\Omega}_{NN}(\vec{k}, \vec{p}, Z, \vec{p}'', Z'') \tilde{\Phi}_{NN}(\vec{k}, \vec{p}'', Z'', \vec{p}', Z'; s) \\ - i \tilde{\Omega}_{NA}(\vec{k}, \vec{p}, Z) \tilde{\Phi}_{AN}(\vec{k}, \vec{p}', Z'; s) \\ + \int d\vec{p}'' \int dZ'' \tilde{\varphi}_{NN}^0(\vec{k}, \vec{p}, Z, \vec{p}'', Z''); s) \tilde{\Phi}_{NN}(\vec{k}, \vec{p}'', Z'', \vec{p}', Z'; s) \\ + \tilde{\varphi}_{NA}^0(\vec{k}, \vec{p}, Z; s) \tilde{\Phi}_{AN}(\vec{k}, \vec{p}', Z'; s) = -\tilde{\Phi}_{NN}(\vec{k}, \vec{p}, Z, \vec{p}', Z'; s). \end{aligned} \quad (50)$$

Рівність $\det|zI - i \tilde{\Omega}_{AA}(\vec{k}; s) + \tilde{\varphi}_{AA}^0(\vec{k}; s)| = 0$ визначає особливості колективних збуджень у запорошеній плазмі, зумовлених електронними, іонними, атомними взаємодіями. Роль кожної компоненти у

процесах поширення звуку, електропровідності, теплопровідності, поляризаційних ефектах своя. Вона проявляється у процесах утворення та зникнення певних впорядкованих структур, поляризаційних процесах у запорошеній плазмі через парціальні динамічні структурні фактори (48) та $S_{NN}(\vec{k}, Z, Z'; \omega) = \int d\vec{p} \int d\vec{p}' S_{NN}(\vec{k}, \vec{p}, Z, \vec{p}', Z'; \omega)$ “заряд-заряд” для порошинок.

4. Колективні моди

Значна асиметрія запорошеної плазми за зарядами та масами, робить природним її опис на мові парціальної динаміки. Але зважаючи на те, що при малій концентрації порошинок їх динаміку можна враховувати на дифузійному рівні, для випадку так званої ізотермічної плазми, коли температури всіх компонент є близькими за значенням, опис запорошеної плазми можна також будувати і на консервативних динамічних змінних. Зокрема, в набір параметрів скороченого опису можна включити середні значення Фур’є компонент парціальних густин частинок різних сортів, повного імпульсу та повної ентальпії. Підсистему порошинок і надалі описуватимемо кінетичною змінною. Вибір таких змінних опису є виправданим тим, що надалі нас цікавлять колективні моди системи у гідродинамічній границі, і саме такий набір є звичним для опису багатокомпонентних рідин. Отже,

$$\hat{n}_{\vec{k}}^{\alpha} = \sum_{l=1}^{N_{\alpha}} e^{-ikr_l^{\alpha}}, \quad \hat{J}_{\vec{k}}^{\alpha} = \sum_{\alpha} \hat{J}_{\vec{k}}^{\alpha} = \sum_{\alpha} \sum_{l=1}^{N_{\alpha}} p_l^{\alpha} e^{-ikr_l^{\alpha}} \quad (51)$$

– Фур’є компоненти числа частинок сорту α та густини повного імпульсу,

$$\hat{h}_{\vec{k}} = \hat{\varepsilon}_{\vec{k}} - \sum_{\alpha\gamma} \langle \hat{\varepsilon}_{\vec{k}} \hat{n}_{\vec{k}}^{\alpha} \rangle_0 [\Phi_{nn}^{-1}(\vec{k})]^{\alpha\gamma} \hat{n}_{\vec{k}}^{\gamma} \quad (52)$$

– Фур’є компоненти густини узагальненої ентальпії та

$$\hat{\varepsilon}_{\vec{k}} = \sum_{\alpha} \hat{\varepsilon}_{\vec{k}}^{\alpha} = \sum_{\alpha} \sum_{l=1}^{N_{\alpha}} e_l^{\alpha} e^{-ikr_l^{\alpha}}$$

– Фур’є компоненти густини повної енергії, де

$$e_l^{\alpha} = \frac{(\vec{p}_l^{\alpha})^2}{2m_{\alpha}} + \frac{1}{2} \sum_{\gamma} \sum_{j=1}^{N_{\gamma}} V_{\alpha\gamma} (|\vec{r}_l^{\alpha} - \vec{r}_j^{\gamma}|).$$

Для такого набору параметрів скороченого опису можемо отримати систему рівнянь переносу, аналогічну (41), з тою відмінністю, що змінна $\hat{N}_d(\vec{k}, \vec{p}, Z)$ тепер визначається виразом подібним (38)

$$\hat{N}_d(\vec{k}, \vec{p}, Z) = (1 - \mathcal{P}^H) n_{\vec{k}}^d(\vec{p}, Z), \quad (53)$$

але проекційний оператор Морі \mathcal{P}^H побудований на наборі змінних (51)–(52). У такому випадку узагальнена гідродинамічна матриця на основі рівнянь переносу запишеться таким чином

$$T(k) = \begin{pmatrix} \varphi_{nn}^{ee} & \varphi_{nn}^{ei} & \varphi_{nn}^{ea} & -i\Omega_{nJ}^e & \varphi_{nh}^e & \varphi_{nN}^e \\ \varphi_{nn}^{ie} & \varphi_{nn}^{ii} & \varphi_{nn}^{ia} & -i\Omega_{nJ}^i & \varphi_{nh}^i & \varphi_{nN}^i \\ \varphi_{nn}^{ae} & \varphi_{nn}^{ai} & \varphi_{nn}^{aa} & -i\Omega_{nJ}^a & \varphi_{nh}^a & \varphi_{nN}^a \\ -i\Omega_{Jn}^e & -i\Omega_{Jn}^i & -i\Omega_{Jn}^a & \varphi_{JJ} & -i\Omega_{Jh} & -i\Omega_{JN} \\ \varphi_{hn}^e & \varphi_{hn}^i & \varphi_{hn}^a & -i\Omega_{hJ} & \varphi_{hh} & \varphi_{HN} \\ -i\Omega_{Nn}^e & -i\Omega_{Nn}^i & -i\Omega_{Nn}^a & -i\Omega_{NJ} & -i\Omega_{Nh} & T_{NN} \end{pmatrix}, \quad (\vec{k}, \vec{p}, Z) \quad (54)$$

де $T_{NN} = -i\Omega_{NN} + \varphi_{NN}$.

Розрахунок колективних мод зводиться до знаходження власних значень цієї матриці. Оскільки точні аналітичні вирази для власних значень матриці (54) відшукати важко, скористаємося наближеними розрахунками. Традиційно у границі малих k власні значення можна відшукати як ряд за хвильовим вектором $z = z_0 + z_1 k + z_2 k^2$. З іншого боку, коли певні перехресні кореляції є малими, можна розвинути теорію збурень для колективних мод [21, 22]. Ми скористаємося обома методами. При цьому заради спрощення розрахунків та можливості легкого порівняння надалі зручно перейти від змінних (51)–(52) до повністю ортогонального набору змінних:

$$\hat{n}_{\vec{k}}^{(1)} = \left(\hat{n}_{\vec{k}}^e - \frac{S_{ei}(k)}{S_{ii}(k)} \hat{n}_{\vec{k}}^i - \frac{S_{ea}(k)}{S_{aa}(k)} \hat{n}_{\vec{k}}^a \right) / C_1(k), \quad (55)$$

$$\hat{n}_{\vec{k}}^{(2)} = \left(\hat{n}_{\vec{k}}^i - \frac{S_{ia}(k)}{S_{aa}(k)} \hat{n}_{\vec{k}}^a \right) / C_2(k), \quad (56)$$

$$\hat{n}_{\vec{k}}^{(3)} = \hat{n}_{\vec{k}}^a / C_3(k), \quad (57)$$

$$\hat{J}_{\vec{k}} = \hat{J}_{\vec{k}} / \langle \hat{J}_{\vec{k}} \hat{J}_{-\vec{k}} \rangle_0^{1/2}, \quad (58)$$

$$\hat{H}_{\vec{k}} = \hat{h}_{\vec{k}} / \langle \hat{h}_{\vec{k}} \hat{h}_{-\vec{k}} \rangle_0^{1/2}, \quad (59)$$

де $S_{\alpha\gamma}(k) = \langle \hat{n}_{\vec{k}}^\alpha \hat{n}_{-\vec{k}}^\gamma \rangle_0$ – парціальні структурні фактори. Константи $C_\alpha(k)$ є такими, щоб забезпечити нормування $\langle \hat{n}_{\vec{k}}^{(\alpha)} \hat{n}_{-\vec{k}}^{(\alpha)} \rangle_0 = 1$.

Кінетична змінна надалі є ортогональною до такого набору. Тоді узагальнена гідродинамічна матриця у нових змінних визначається співвідношенням $\tilde{T}(k) = L^{-1}(k)T(k)L(k)$, де $L(k)$ – матриця переходу до нових змінних, і є симетризованою:

$$\tilde{T}(k) = \begin{pmatrix} k^2 D_{11} & k^2 D_{12} & k^2 D_{13} & -ik\omega_{nJ}^{(1)} & k^2 \phi_{nH}^{(1)} & k^2 \phi_{nN}^{(1)} \\ k^2 D_{21} & k^2 D_{22} & k^2 D_{23} & -ik\omega_{nJ}^{(2)} & k^2 \phi_{nH}^{(2)} & k^2 \phi_{nN}^{(2)} \\ k^2 D_{31} & k^2 D_{32} & k^2 D_{33} & -ik\omega_{nJ}^{(3)} & k^2 \phi_{nH}^{(3)} & k^2 \phi_{nN}^{(3)} \\ -ik\omega_{Jn}^{(1)} & -ik\omega_{Jn}^{(2)} & -ik\omega_{Jn}^{(3)} & k^2 D_l & -ik\omega_{JH} & -ik\omega_{JN} \\ k^2 \phi_{Hn}^{(1)} & k^2 \phi_{Hn}^{(2)} & k^2 \phi_{Hn}^{(3)} & -ik\omega_{HJ} & k^2 D_H & k^2 \phi_{HN} \\ -ik\omega_{Nn}^{(1)} & -ik\omega_{Nn}^{(2)} & -ik\omega_{Nn}^{(3)} & -ik\omega_{NJ} & -ik\omega_{NH} & T_{NN} \end{pmatrix}, \quad (60)$$

де $T_{NN} = \nu_{NN} - ik\omega_{NN} + k^2 D_{NN}$. Тут виділено залежність частотної матриці та матриці функцій пам'яті від хвильового числа у гідродинамічній границі $i\tilde{\Omega}_{AA}(k) = ik\tilde{\omega}_{AA}$, $\tilde{\varphi}_{AA}(k) = k^2 \tilde{\phi}_{AA}$. $D_{\alpha\gamma}$ – відповідні коефіцієнти дифузії, $\phi_{nH}^{(\alpha)}$ та $\phi_{nN}^{(\alpha)}$ описують процеси термодифузії, D_l – коефіцієнт поздовжньої вязкості, $D_H = \lambda/C_V$, де C_V та λ коефіцієнти теплоємності та теплопровідності системи, відповідно. ν_{NN} – узагальнений коефіцієнт тертя в імпульсному просторі та D_{NN} – узагальнений коефіцієнт дифузії порошинок [24]. Для спрощення запису імпульсні та зарядові змінні опускатимемо.

Теорія збурення за хвильовим вектором

Шукаючи власні значення матриці (60) у вигляді розкладу за хвильовим вектором $z = z_0 + z_1 k + z_2 k^2$, знайдемо такі колективні моди системи:

$$z_N = -\nu_{NN} + i\omega_{NN}k - \left(D_{NN} - \frac{\omega_{NJ}\omega_{JN}}{\nu_{NN}} \right) k^2 \quad (61)$$

– релаксаційна мода, пов'язана з динамікою порошинок;

$$z_{s\pm} = \pm ikc_s - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{c_s^2} \left(D_H \omega_{HJ} \omega_{JH} + \tilde{\omega}_{Jn} \tilde{D}_{nn} \tilde{\omega}_{nJ} + 2\tilde{\omega}_{JH} \tilde{\phi}_{Hn} \tilde{\omega}_{nJ} \right) + D_l + \frac{\omega_{NJ}\omega_{JN}}{\nu_{NN}} \pm \frac{(\omega_{NH}\omega_{HJ} + \tilde{\omega}_{Nn}\tilde{\omega}_{nJ})\omega_{JN}}{c_s} \right] k^2 \quad (62)$$

– звукові моди, в яких

$$c_s = \left(\omega_{HJ}\omega_{JH} + \omega_{nJ}^{(1)}\omega_{Jn}^{(1)} + \omega_{nJ}^{(2)}\omega_{Jn}^{(2)} + \omega_{nJ}^{(3)}\omega_{Jn}^{(3)} \right)^{1/2} \quad (63)$$

– адіабатична швидкість звуку. Як бачимо, при малих концентраціях порошинки не впливають на швидкість поширення звуку в системі, але змінюють коефіцієнт його загасання. Через велику густину вклад від нейтральної компоненти є визначальним.

Також ми отримуємо кубічне рівняння для z_2 (при z_0 та z_1 рівних нулю), розв'язок якого дасть нам ще три моди: одну теплову та дві дифузійні. Варто зазначити, що коефіцієнти цього рівняння не будуть містити вкладів від динаміки порошинок, а визначатимуться тільки кореляційними функціями плазових частинок. Хоча відшукати корені кубічного рівняння не становить труднощів, однак такі точні розв'язки матимуть складну структуру і будуть незручними для подальшого аналізу. Тому для знаходження решти мод, скористаємося теорією збурень для колективних збуджень, запропонованою у [21, 22]

Теорія збурення за кореляціями

Згідно теорії збурень для колективних мод [21, 22] для розрахунку колективних збуджень у нульовому наближенні виберемо матрицю у наступному вигляді:

$$T(k) = \begin{pmatrix} k^2 D_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k^2 D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k^2 D_{33} & -ik\omega_{nJ}^{(3)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -ik\omega_{Jn}^{(3)} & k^2 D_l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k^2 D_H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{NN} \end{pmatrix}. \quad (64)$$

Вибір узагальненої гідродинамічної матриці у такому вигляді зумовлений тим, що змінна \hat{n}_z пов'язана з густиною нейтральних атомів, концентрація яких, як правило, є на 5–7 порядків більшою концентрацій іонів та електронів. Відповідно, нейтральна компонента є найбільш енергоємною і її вклад у густину імпульсу є головним. Саме тому в поширенні звуку визначальною є роль нейтральної підсистеми. Термо-в'язкі кореляції, а також кореляції, пов'язані з пиловою компонентою (через малу концентрацію), вважатимемо малими і враховуватимемо їх як збурення.

Таким чином, у нульовому наближенні ми отримуємо спектр колективних мод та відповідних власних векторів, які є характерними для вибраного набору змінних. А саме:

– дві релаксаційні моди, пов'язані з дифузією плазових частинок

$$z_{D_1}^{(0)} = -k^2 D_{11}, \quad x_{D_1} = (1, 0, 0, 0, 0, 0), \quad (65)$$

$$z_{D_2}^{(0)} = -k^2 D_{22}, \quad x_{D_2} = (0, 1, 0, 0, 0, 0); \quad (66)$$

– комплексно спряжені звукові моди

$$z_{s\pm}^{(0)} = \pm ikc_T - k^2 \Gamma_0, \quad x_{s\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 0, \pm 1, 1, 0, 0), \quad (67)$$

де $c_T = \left(\omega_{Jn}^{(3)} \omega_{nJ}^{(3)}\right)^{1/2}$ – ізотермічна швидкість звуку, $\Gamma_0 = \frac{1}{2}(D_l + D_{33})$ – коефіцієнт загасання коливань у нульовому наближенні;

– релаксаційну теплову моду

$$z_H^{(0)} = -k^2 D_H, \quad x_H = (0, 0, 0, 0, 1, 0); \quad (68)$$

– релаксаційну моду, пов'язану з дифузією порошинок

$$z_N^{(0)} = -\nu_{NN} + ik\omega_{NN} - k^2 D_{NN}, \quad x_N = (0, 0, 0, 0, 0, 1). \quad (69)$$

Перехресні кореляції визначають матрицю збурення

$$\delta T(k) = \begin{pmatrix} 0 & k^2 D_{12} & k^2 D_{13} & -ik\omega_{nJ}^{(1)} & k^2 \phi_{nH}^{(1)} & k^2 \phi_{nN}^{(1)} \\ k^2 D_{21} & 0 & k^2 D_{23} & -ik\omega_{nJ}^{(2)} & k^2 \phi_{nH}^{(2)} & k^2 \phi_{nN}^{(2)} \\ k^2 D_{31} & k^2 D_{32} & 0 & 0 & k^2 \phi_{nH}^{(3)} & k^2 \phi_{nN}^{(3)} \\ -ik\omega_{Jn}^{(1)} & -ik\omega_{Jn}^{(2)} & 0 & 0 & -ik\omega_{JH} & -ik\omega_{JN} \\ k^2 \phi_{Hn}^{(1)} & k^2 \phi_{Hn}^{(2)} & k^2 \phi_{Hn}^{(3)} & -ik\omega_{HJ} & 0 & k^2 \phi_{HN} \\ -ik\omega_{Nn}^{(1)} & -ik\omega_{Nn}^{(2)} & -ik\omega_{Nn}^{(3)} & -ik\omega_{NJ} & -ik\omega_{NH} & 0 \end{pmatrix}. \quad (70)$$

Тепер можемо розрахувати поправки до колективних мод, спричинені слабкими перехресними кореляціями. Згідно [21, 22] такі поправки у першому порядку за збуренням рівні нулю, а у другому – обчислюються за формулою

$$\delta z_\alpha^{(2)} = \sum_\beta \frac{\delta \bar{T}_{\alpha\beta}^* \delta \bar{T}_{\beta\alpha}}{z_\alpha^{(0)} - z_\beta^{(0)}}, \quad (71)$$

причому β пробігає всі можливі значення, але з інших підкласів, ніж α . $\delta \bar{T}_{\alpha\beta}$ – матриця збурення в представленні власних векторів матриці $T_0(k)$. $\delta \bar{T}_{\alpha\beta} = (x_\alpha \delta T x_\beta) = \sum_{i,j} x_{i,\alpha}^* \delta T_{ij} x_{j,\beta}$, а спряжена матриця визначається як $\delta \bar{T}_{\alpha\beta}^* = \sum_{i,j} x_{i,\beta}^* \delta T_{ij} x_{j,\alpha}$. Розрахувавши за

допомогою власних векторів (65)–(69) необхідні елементи $\delta\bar{T}_{\alpha\beta}$ і беручи до уваги результати нульового наближення для колективних мод (65)–(69), можемо розрахувати шукані поправки. Для дифузійних мод вони матимуть вигляд

$$\delta z_{D_1}^{(2)} = -k^2 \left(\frac{D_{12}D_{21}}{D_{11} - D_{22}} + \frac{\phi_{nH}^{(1)}\phi_{Hn}^{(1)}}{D_{11} - D_H} + \omega_{Jn}^{(1)}\omega_{nJ}^{(1)} \frac{\Gamma_0 - D_{11}}{c_T^2} \right), \quad (72)$$

$$\delta z_{D_2}^{(2)} = -k^2 \left(\frac{D_{21}D_{12}}{D_{22} - D_{11}} + \frac{\phi_{nH}^{(2)}\phi_{Hn}^{(2)}}{D_{22} - D_H} + \omega_{Jn}^{(2)}\omega_{nJ}^{(2)} \frac{\Gamma_0 - D_{22}}{c_T^2} \right); \quad (73)$$

для звукових збуджень матимемо

$$\begin{aligned} \delta z_{s_{\pm}}^{(2)} &= \pm ikc_T \frac{\omega_{Jn}^{(1)}\omega_{nJ}^{(1)} + \omega_{Jn}^{(2)}\omega_{nJ}^{(2)} + \omega_{JH}\omega_{HJ}}{2c_T^2} \\ &- k^2 \frac{1}{2c_T^2} \left[(D_{11} - \Gamma_0)\omega_{Jn}^{(1)}\omega_{nJ}^{(1)} + (D_{22} - \Gamma_0)\omega_{Jn}^{(2)}\omega_{nJ}^{(2)} \right. \\ &\left. + (D_H - \Gamma_0)\omega_{JH}\omega_{HJ} \right] + \frac{\omega_{JN}\omega_{NJ}}{\nu_{NN}}; \end{aligned} \quad (74)$$

поправка до теплової моди

$$\delta z_H^{(2)} = -k^2 \left(\frac{\phi_{Hn}^{(1)}\phi_{nH}^{(1)}}{D_H - D_{11}} + \frac{\phi_{Hn}^{(2)}\phi_{nH}^{(2)}}{D_H - D_{22}} + \omega_{HJ}\omega_{JH} \frac{\Gamma_0 - D_H}{c_T^2} \right); \quad (75)$$

поправка для моди, що описує дифузію порошинок

$$\delta z_N^{(2)} = k^2 \frac{\omega_{NJ}\omega_{JN}}{\nu_{NN}}. \quad (76)$$

Тепер можемо записати вирази для мод з поправками. Отже, дифузійні моди запишуться наступним чином

$$\begin{aligned} z_{D_1} &= -k^2 \left(D_{11} \left[1 - \frac{\omega_{Jn}^{(1)}\omega_{nJ}^{(1)}}{c_T^2} \right] \right. \\ &\left. + \frac{D_{12}D_{21}}{D_{11} - D_{22}} + \frac{\phi_{nH}^{(1)}\phi_{Hn}^{(1)}}{D_{11} - D_H} + \Gamma_0 \frac{\omega_{Jn}^{(1)}\omega_{nJ}^{(1)}}{c_T^2} \right), \end{aligned} \quad (77)$$

$$\begin{aligned} z_{D_2} &= -k^2 \left(D_{22} \left[1 - \frac{\omega_{Jn}^{(2)}\omega_{nJ}^{(2)}}{c_T^2} \right] \right. \\ &\left. + \frac{D_{21}D_{12}}{D_{22} - D_{11}} + \frac{\phi_{nH}^{(2)}\phi_{Hn}^{(2)}}{D_{22} - D_H} + \Gamma_0 \frac{\omega_{Jn}^{(2)}\omega_{nJ}^{(2)}}{c_T^2} \right). \end{aligned} \quad (78)$$

Звукові збудження

$$\begin{aligned} z_{s_{\pm}}^{(2)} &= \pm ikc_T (1 + \Delta/2) - k^2 \frac{1}{2} \left\{ D_l (1 - \Delta/2) \right. \\ &+ \frac{1}{c_T^2} \left[D_{HJ}\omega_{JH}\omega_{HJ} + D_{11}\omega_{Jn}^{(1)}\omega_{nJ}^{(1)} + D_{22}\omega_{Jn}^{(2)}\omega_{nJ}^{(2)} \right. \\ &\left. \left. + D_{33}\omega_{Jn}^{(3)}\omega_{nJ}^{(3)} (1 - \Delta/2) \right] + \frac{\omega_{JN}\omega_{NJ}}{\nu_{NN}} \right\}, \end{aligned} \quad (79)$$

де

$$\Delta = \frac{\omega_{Jn}^{(1)}\omega_{nJ}^{(1)} + \omega_{Jn}^{(2)}\omega_{nJ}^{(2)} + \omega_{JH}\omega_{HJ}}{c_T^2}. \quad (80)$$

Теплова мода

$$\begin{aligned} z_H^{(2)} &= -k^2 \left(D_H \left[1 - \frac{\omega_{HJ}\omega_{JH}}{c_T^2} \right] \right. \\ &\left. + \frac{\phi_{Hn}^{(1)}\phi_{nH}^{(1)}}{D_H - D_{11}} + \frac{\phi_{Hn}^{(2)}\phi_{nH}^{(2)}}{D_H - D_{22}} + \Gamma_0 \frac{\omega_{HJ}\omega_{JH}}{c_T^2} \right). \end{aligned} \quad (81)$$

Релаксаційна мода для порошинок

$$z_N^{(2)} = -\nu_{NN} + ik\omega_{NN} - k^2 \left(D_{NN} - \frac{\omega_{NJ}\omega_{JN}}{\nu_{NN}} \right). \quad (82)$$

Аналізуючи отримані вирази, можемо побачити, що врахування перехресних кореляцій дещо модифікує колективні моди системи. Як бачимо, вклади від динаміки порошинок проявляються тільки в порядку пропорційному k^2 у звукових збудженнях та релаксаційній моді порошинок, тобто не впливають на швидкість поширення звуку у системі. Відповідні перехресні кореляції перенормовують лише коефіцієнти загасання. При цьому дифузійні та теплова моди не змінюються під впливом порошинок. Врахування перехресних кореляцій дає можливість враховувати динаміку всіх компонент, зокрема і пилової, в процесах поширення та загасання звуку. Так з врахуванням поправок звукові моди матимуть вигляд

$$z_{s_{\pm}} = z_{s_{\pm}}^{(0)} + \delta z_{s_{\pm}}^{(2)} = \pm ikc_s - \Gamma_k^2, \quad (83)$$

$$\begin{aligned} c_s &= \left(\omega_{Jn}^{(3)}\omega_{nJ}^{(3)} \right)^{1/2} \\ &\times \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_{Jn}^{(1)}\omega_{nJ}^{(1)} + \omega_{Jn}^{(2)}\omega_{nJ}^{(2)} + \omega_{JH}\omega_{HJ}}{\omega_{Jn}^{(3)}\omega_{nJ}^{(3)}} \right). \end{aligned} \quad (84)$$

Таким чином, включення термо-в'язких кореляцій перенормує ізотермічну швидкість звуку в адіабатичну. В силу малості другого доданка в дужках, використавши розклад $\sqrt{1 + \Delta} = 1 + \Delta/2 + \dots$, цей вираз можна представити наступним чином:

$$c_s = \left(\omega_{Jn}^{(1)} \omega_{nJ}^{(1)} + \omega_{Jn}^{(2)} \omega_{nJ}^{(2)} + \omega_{Jn}^{(3)} \omega_{nJ}^{(3)} + \omega_{JH} \omega_{HJ} \right)^{1/2}, \quad (85)$$

що збігається з виразом (63), отриманим раніше. Перейшовши до старих змінних (чистих густин компонент), можемо отримати відомий вираз для швидкості звуку у багатокомпонентній системі

$$c_s = \left(\omega_{Jn}^e \omega_{nJ}^e + \omega_{Jn}^i \omega_{nJ}^i + \omega_{Jn}^a \omega_{nJ}^a + \omega_{JH} \omega_{HJ} \right)^{1/2} \quad (86)$$

з вкладами від компонент, де головним є вклад від підсистеми нейтральних частинок $\omega_{Jn}^a \omega_{nJ}^a$.

Знехтувавши вкладом від пилових частинок, можемо відтворити відомі вирази для звукових мод, зокрема для коефіцієнта загасання звуку (62). Порівнюючи формули (62) та (79), переконуємося, що теорія збурень для колективних мод за кореляціями дає дещо неточні вирази для коефіцієнтів загасання, про що йшлося у [22]. Але неважко переконатися, що певні головні вклади зберігаються. Вирази для релаксаційної моди порошинок знайдені двома способами збігаються.

Важливо зазначити, що при парціальному описі, окрім згаданих мод, ми додатково отримали б релаксаційні збудження кінетичного типу, пов'язані з міжсортною взаємодією.

5. Висновки

Отже, у цій роботі ми запропонували ще один підхід до опису такої складної системи, як заповнена плазма, який базується на методі НСО Зубарева. Оскільки підсистеми заповненої плазми знаходяться у різних станах, такий підхід дає можливість узгоджено враховувати кінетику порошинок та гідродинаміку електронів, іонів та нейтральних атомів. У запропонованій роботі на основі опису парціальної динаміки ми побудували нерівноважний статистичний оператор заповненої плазми і з його допомогою отримали узагальнені рівняння переносу, які узгоджено враховують кінетичні та гідродинамічні процеси у системі. Для випадку слабо нерівноважних процесів, коли відхилення нерівноважних термодинамічних параметрів від їх рівноважних значень є незначними, отримано систему рівнянь переносу. Аналогічна система отримується і для рівноважних часових

кореляційних функцій, побудованих на змінних скороченого опису. В такому наближенні ця система рівнянь є замкнутою.

Альтернативними до парціальних змінних можуть бути змінні густин числа частинок усіх сортів, повного імпульсу та повної енергії (ентальпії). Такий набір змінних можна використати при дослідженні спектру колективних збуджень ізотермічної плазми у гідродинамічній границі, адже дослідження колективних мод на основі парціальних змінних є більш характерними для області виходу з гідродинамічного режиму. Застосувавши теорію збурень для колективних мод за хвильовим вектором та кореляціями ми відшукали спектр колективних збуджень заповненої плазми. При цьому у другому наближенні за збуренням у дифузійних та тепловій моді не виникають вклади, пов'язані зі взаємодією частинок плазми з пиловою компонентою. Врахування динаміки порошинок проявляється у перенормуванні коефіцієнта загасання звуку. При цьому вирази для релаксаційної моди, пов'язаної з динамікою порошинок, отримані обома методами збігаються. Нехтуючи кореляціями з пиловою підсистемою, з отриманих результатів можна відтворити відомі вирази для колективних збуджень багатокомпонентної системи.

Література

1. Цытович В.Н., Винтер Дж., УФН, 1998, **168**, 899 [Phys. Usp., 1998, **41**, 815].
2. Цытович В.Н., УФН, 1997, **167**, 57.
3. Фортон В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф., УФН, 2004, **174**, 495.
4. Bystrenko T., Zagorodny A.G., Ukr. J. Phys., 2002, **47**, 431.
5. Sitenko A.G., Zagorodny A.G., and Tsytovich V.N., In: Int. Conf. on Plasma Physics ICPP 1994, ed. P.H.Sakanaka and M.Tendler, AIP Conf. Proc., 1995, 311.
6. Sitenko A.G., Zagorodny A.G., Chutov Yu.I., Schram P.P.J.M. and Tsytovich V.N., Plasma Phys. Controlled Fusion, 1996, **38**, A105.
7. Schram A.A., Sitenko A.G., Trigger S.A., Zagorodny A.G., Phys. Rev. E, 2000, **63**, 016403.
8. Tsytovich V.N. and Havnes O., Comments Plasma Phys. Control. Fusion, 1993, **15**, 267.
9. Wang X. and Bhattacharje A., Phys. Plasmas, 1996, **3**, 1189.
10. Tsytovich V.N., de Angelis U., Bingham R., Resendes D., Phys. Plasmas, 1997, **4**, 3882.
11. Ignatov A.M., J. Phys. IV, 1997, **C4**, 215.

12. Trigger S.A. and Schram P.P.J.M., *J. Phys. D*, 1999, **32**, 234.
13. Tsytoich V.N., de Angelis U., *Phys. Plasmas*, 1999, **6**, 1093.
14. Zagorodny A.G., *Ukr. J. Phys.*, 2005, **50**, 205.
15. Bystrenko O., Zagorodny A., *Phys. Rev. E*, 2003, **67**, 066403.
16. Bystrenko O., Bystrenko T., Zagorodny A.G., *Phys. Lett. A*, 2004, **329**, 83.
17. Bystrenko O., Bystrenko T., Zagorodny A.G., *Ukr. J. Phys.*, 2005, **50**, 557.
18. Zagorodny A., Mal'nev V., Rumyantsev S., *Ukr. J. Phys.*, 2005, **50**, 448.
19. Zubarev D.N., Morozov V.G., Ropke G., *Statistical Mechanics of Nonequilibrium Processes*, Vol. 1. Akad. Verlag, Berlin, 1996.
20. Zubarev D.N., Morozov V.G., Ropke G., *Statistical Mechanics of Nonequilibrium Processes*, Vol. 2. Akad. Verlag, Berlin, 1997.
21. Bryk T.M., Mryglod I.M., *Condens. Matter Phys.*, 2008, **11**, 139.
22. Mryglod I.M., Kuporov V.M., *Ukr. J. Phys.*, 2010, **55**, 1172.
23. Токарчук М.В., Марків Б.Б., *Фіз. збірник*, 2008, **7**, 100.
24. Markiv B.B., Omelyan I.P., Tokarchuk M.V., *Condens. Matter Phys.*, 2010, **13**, 23005.

CONDENSED MATTER PHYSICS

The journal **Condensed Matter Physics** is founded in 1993 and published by Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine.

AIMS AND SCOPE: The journal **Condensed Matter Physics** contains research and review articles in the field of statistical mechanics and condensed matter theory. The main attention is paid to physics of solid, liquid and amorphous systems, phase equilibria and phase transitions, thermal, structural, electric, magnetic and optical properties of condensed matter. *Condensed Matter Physics* is published quarterly.

ABSTRACTED/INDEXED IN:

- Chemical Abstract Service, Current Contents/Physical, Chemical&Earth Sciences
 - ISI Science Citation Index-Expanded, ISI Alerting Services
 - INSPEC
 - Elsevier Bibliographic Databases (EMBASE, EMNursing, Compendex, GEOBASE, Scopus)
 - "Referativnyi Zhurnal"
 - "Dzherelo"
-

EDITOR IN CHIEF: Ihor Yukhnovskii

EDITORIAL BOARD: T. Arimitsu, *Tsukuba*; J.-P. Badiali, *Paris*; B. Berche, *Nancy*; T. Bryk, *Lviv*; J.-M. Caillol, *Orsay*; C. von Ferber, *Freiburg*; R. Folk, *Linz*; D. Henderson, *Provo*; F. Hirata, *Okazaki*; Yu. Holovatch, *Lviv*; M. Holovko, *Lviv*; O. Ivankiv, *Lviv*; W. Janke, *Leipzig*; M. Korynevskii, *Lviv*; Yu. Kozitsky, *Lublin*; M. Kozlovskii, *Lviv*; H. Krienke, *Regensburg*; R. Levitskii, *Lviv*; V. Morozov, *Moscow*; I. Mryglod, *Lviv*; O. Patsahan (Assistant Editor), *Lviv*; N. Plakida, *Dubna*; G. Röpke, *Rostock*; I. Stasyuk (Associate Editor), *Lviv*; M. Tokarchuk, *Lviv*; I. Vakarchuk, *Lviv*; M. Vavrukh, *Lviv*; A. Zagorodny, *Kyiv*

CONTACT INFORMATION:

Institute for Condensed Matter Physics
of the National Academy of Sciences of Ukraine
1 Svientsitskii Str., 79011 Lviv, Ukraine
Tel: +38(032)2760908; Fax: +38(032)2761978
E-mail: cmp@icmp.lviv.ua <http://www.icmp.lviv.ua>
