

ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP-17-09U

I.V. Stasyuk, V.O. Krasnov

ФЕРМІОН-ДІРКОВА СИМЕТРІЯ І ТЕРМОДИНАМІКА
МОДЕЛІ БОЗЕ-ФЕРМІ-ХАББАРДА

УДК: 538.945

PACS: 71.10.Fd, 71.38

Ферміон-діркова симетрія і термодинаміка моделі Бозе-Фермі-Хаббарда

I.V. Стасюк, В.О. Краснов

Анотація. Показано, що в моделі Бозе-Фермі-Хаббарда (використовується для опису атомної бозон-ферміонної суміші в оптичній ґратці) існує ферміон діркова симетрія, що встановлює відповідність між випадками міжсортного одновузлового відштовхування та притягання. Виходячи з фазових діаграм, побудованих шляхом відповідного перетворення параметрів моделі в рамках опису на основі великого канонічного ансамблю, проаналізовано умови існування надплинної фази при бозон-ферміонному відштовхуванні або притяганні.

Fermion-hole symmetry and thermodynamics of Bose-Fermi-Hubbard model

I.V. Stasyuk, V.O. Krasnov

Abstract. It is shown, that in the Bose-Fermi-Hubbard model (used for description of the atomic boson-fermion mixture in the optical lattice) the fermion-hole symmetry exists; a correspondence between cases of the on-site repulsion and attraction is established. Based on the phase diagrams, built with the help of corresponding transformation of model parameters in the frames of the grand canonical ensemble, the conditions of the superfluid phase existence at the boson-fermion attraction are analyzed.

Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою <http://www.icmp.lviv.ua/>

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (<http://www.icmp.lviv.ua/>)

Ігор Васильович Стасюк
Володимир Олександрович Краснов

ФЕРМІОН-ДІРКОВА СИМЕТРІЯ І ТЕРМОДИНАМІКА МОДЕЛІ
БОЗЕ-ФЕРМІ-ХАББАРДА

Роботу отримано 1 грудня 2017 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку відділом квантової статистики

Виготовлено при ІФКС НАН України

© Усі права застережені

1. Вступ

Створення оптичних ґраток з ультрахолодними атомами на початку 2000-х років дало новий поштовх для розвитку фізики систем сильнокорельованих квантових частинок. Цей напрямок бере свій початок з дослідження електронних систем у вузьких зонах провідності з сильними локальними взаємодіями. Популярною моделлю, запропонованою для їх опису, є модель Хаббарда, у якій основну роль поряд з перенесенням електронів по ґратці відіграє одновузлове відштовхування електронів з протилежними спінами. По аналогії, подібні моделі були сформульовані для оптичних ґраток з бозе-атомами – модель Бозе-Хаббарда [1, 2] та для ґраток з сумішами бозе- та фермі-атомів – модель Бозе-Фермі-Хаббарда [3]. За допомогою цих моделей описано ряд властивостей таких систем, зокрема їх термодинаміку та фазові переходи між нормальною (МІ, фазою моттівського діелектрика) та надплинною (SF, суперфлюїд) фазами.

Перехід до SF фази у моделі Бозе-Хаббарда (БХ), який є 2-го роду і пов'язаний з появою бозе-конденсату, вивчений достатньо добре (див. [4–6]). Аналогічний перехід у моделі Бозе-Фермі-Хаббарда (БФХ) ускладнює присутність ферміонів. В літературі цьому питанню присвячено значну увагу. Перші експерименти у цьому напрямку були виконані в [3, 7–9] на прикладі суміші $^{87}\text{Rb} - ^{40}\text{K}$, де було помічено втрату когерентності бозе-атомів ^{87}Rb та розпад конденсату при збільшенні концентрації фермі-атомів ^{40}K . Цей ефект був відчутний у певному інтервалі значень термодинамічних параметрів (таких як хімічний потенціал бозонів чи температура). Щоб його описати проводились розрахунки фазових діаграм для БФХ, звертаючи увагу на фактори, що впливають на зсув кривої SF-МІ переходів під впливом ферміонної підсистеми. Сюди можна віднести перенормування параметра перестрибування бозонів [7, 9, 10], вплив збуджених бозонних зон [11, 12], ефекти корельованого перенесення [13], тощо. Перелічені фактори впливають по-різному, приводячи, як показано, до покращення або погіршення умов виникнення бозе-конденсату. В загальному, була відзначена відмінність у поведінці бозон-ферміонних сумішей і у відповідних фазових діаграмах [3, 7] при бозон-ферміонному локальному відштовхуванні або ж притяганні.

З другого боку, умови проведення експериментів [7–9], у яких фіксується перехід з SF до МІ фази шляхом миттєвого вимкнення утримуючого періодичного лазерного поля та реєстрації розподілу за імпульсами частинок, що розлітається (т.зв. “time-of-flight experiment”), не можна описати самою лише моделлю БФХ. Потрібно ви-

ходити за її межі, враховуючи, зокрема ефект адіабатичного розширення підсистеми бозонів та ферміонів [14].

Модель БФХ володіє більш складною термодинамікою ніж модель БХ. За рахунок перенесення ферміонів тут виникають нові квантові фази, такі як фаза типу CDW (з модуляцією густини частинок), фаза суперсолід (SS), конденсат ферміонних пар (див. [15]). Вони відсутні лише в границі т.зв. важких ферміонів, коли їх власного перенесення по гратці немає.

Переважає більшість теоретичних досліджень моделі БФХ проведена при заданій концентрації ферміонів. У цьому випадку MI-SF перехід є 2-го роду. Перехід до опису в рамках великого канонічного ансамблю, запропонований в [16], дозволив виявити можливість зміни роду такого переходу з 2-го на 1-ий та встановити умови, за яких це має місце. З цієї точки зору питання про вплив ферміонів на появу бозе-конденсату потребує перегляду навіть у спрощеному варіанті моделі – границі важких ферміонів. Така модель, коли ще використовувати підхід жорстких бозонів (з обмеженням на число заповнення $n_i \leq 1$) була застосована нами в [16]. Будуючи фазові діаграми для бозон-ферміонної (БФ) суміші та досліджуючи зміни, які наступають залежно від рівня хімічного потенціалу ферміонів, ми обмежилися випадком БФ-відштовхування ($U' > 0$). Повний аналіз ролі цієї взаємодії потребує подібного дослідження для $U' < 0$.

Саме таке завдання ставиться в даній роботі. При цьому ми покажемо, що модель БФХ володіє внутрішньою симетрією, що ґрунтується на ферміон-дірковому перетворенні і дозволяє співставити між собою термодинамічні функції і фазові діаграми для $U' > 0$ і для $U' < 0$.

При нашому розгляді будемо виходити з гамільтоніана моделі БФХ, записаного у вигляді [3, 17]

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \frac{U}{2} \sum_i n_i^b (n_i^b - 1) + U' \sum_i n_i^b n_i^f - \mu \sum_i n_i^b - \mu' \sum_i n_i^f + \\ & + \sum_{ij} t_{ij} b_i^+ b_j + \sum_{ij} t'_{ij} a_i^+ a_j \end{aligned} \quad (1.1)$$

переходячи в подальшому до жорстких бозонів (при $U \rightarrow \infty$ оператори бозонів b_i, b_i^+ стають операторами Паулі) та обмежуючись границею важких ферміонів ($t'_{ij} \rightarrow 0$) при дослідженні термодинаміки моделі у наближенні хаотичних фаз. Хімічні потенціали бозонів μ та ферміонів μ' вважатимемо незалежними змінними. Термодинамічну рівновагу визначатиме абсолютний мінімум великого термодинамічного потенціалу.

2. Ферміон-діркове перетворення для моделі БФХ

Гамільтоніан моделі Бозе-Фермі-Хаббарда володіє певною внутрішньою симетрією. Щоб побачити її, розглянемо перетворення операторів

$$\begin{aligned} a_i &= c_i^+; & a_i^+ &= c_i \\ n_i^f &= a_i^+ a_i = c_i c_i^+ = 1 - c_i^+ c_i = 1 - n_i^h \\ a_i^+ a_j &= -c_i^+ c_j \quad (i \neq j), \end{aligned} \quad (2.1)$$

де нові фермі-оператори c_i, c_i^+ описують знищення і народження ферміонних дірок. Вихідний гамільтоніан (1.1) прийме вигляд

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \frac{U}{2} \sum_i n_i^b (n_i^b - 1) + U' \sum_i n_i^b (1 - n_i^h) - \mu \sum_i n_i^b - \\ & - \mu' \sum_i (1 - n_i^h) + \sum_{ij} t_{ij} b_i^+ b_j - \sum_{ij} t'_{ij} c_i^+ c_j \end{aligned} \quad (2.2)$$

Введемо позначення

$$U' - \mu = -\bar{\mu}; \quad \mu' = -\bar{\mu}'; \quad t'_{ij} = -\bar{t}'_{ij} \quad (2.3)$$

Тоді

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \frac{U}{2} \sum_i n_i^b (n_i^b - 1) - U' \sum_i n_i^b n_i^h - \bar{\mu} \sum_i n_i^b - \bar{\mu}' \sum_i n_i^h + \\ & + \sum_{ij} t_{ij} b_i^+ b_j + \sum_{ij} \bar{t}'_{ij} c_i^+ c_j - \mu' \sum_i 1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Цей гамільтоніан відрізняється від вихідного (1.1) заміною $U' \rightarrow -U'$. Якщо позначити $-U' = \bar{U}'$, то прийдемо до такого самого оператора як і (1.1), з дещо іншими позначеннями для хімічних потенціалів і параметра взаємодії. Основна особливість лише в тому, що якщо у гамільтоніані (1.1) бозон-ферміонна взаємодія є відштовхувальною ($U' > 0$), то у перетвореному гамільтоніані (2.4) вона має характер притягання ($\bar{U}' < 0$).

Іншими словами, формальна заміна

$$U' - \mu \rightarrow -\mu, \quad \mu' \rightarrow -\mu', \quad t'_{ij} \rightarrow -t'_{ij}, \quad U' \rightarrow -U' \quad (2.5)$$

у гамільтоніані моделі БФХ ставить у взаємну відповідність два випадки – з додатними і від'ємними значеннями параметра взаємодії

U' . Це означає, що результати, отримані при дослідженні термодинаміки чи енергетичного спектру моделі БФХ з БФ-відштовхуванням можуть бути перенесені на випадок моделі з притяганням шляхом застосування перетворення (2.5).

Проілюструємо це на прикладі спрощеного варіанту моделі БФХ (границя жорстких бозонів та важких ферміонів), розглянутого нами раніше в [16] для $U' > 0$.

3. Фазові діаграми (μ, μ') та $(\mu, |t_0|)$ для $U' > 0$ при $T = 0$

Термодинаміку моделі БФХ у границі $U \rightarrow \infty$, $t'_{ij} \rightarrow 0$ та при $U' > 0$ було досліджено в [16, 18] у наближенні середнього поля у випадках як $T = 0$, так і $T \neq 0$. Модель при цьому є чотиристановою ($|0\rangle = |0, 0\rangle; |1\rangle = |1, 0\rangle; |\bar{0}\rangle = |0, 1\rangle; |\bar{1}\rangle = |1, 1\rangle$), де обмежений базис $|n^b, n^f\rangle$ формується числами заповнення $n^b = 0, 1; n^f = 0, 1$ і характеризується одновузловим енергетичним спектром

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0', 1'} &= -\frac{\mu}{2} \pm \sqrt{\mu^2/4 + t_0^2 \varphi^2} \\ \varepsilon_{\bar{0}', \bar{1}'} &= -\mu' - \frac{\mu}{2} + \frac{U'}{2} \pm \sqrt{(U' - \mu)^2/4 + t_0^2 \varphi^2} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Тут $\varphi = \langle b \rangle = \langle b^+ \rangle$ – параметр порядку бозе-конденсату, $t_0 = \sum_j t_{ij}$,

а штрихи біля індексів позначають власні стани, отримані шляхом діагоналізації одновузлового оператора енергії [16].

Заміна $U' - \mu \rightarrow -\mu$, $\mu' \rightarrow -\mu'$ і включення до енергій станів доданка $-\mu'$, який походить від члена $-\mu' \sum_i 1$ в гамільтоніані (2.4), призводить до наступного результату

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0', 1'} &\rightarrow -\frac{\mu}{2} - \frac{U'}{2} \pm \sqrt{\frac{(\mu + U')^2}{4} + t_0^2 \varphi^2} - \mu \equiv \varepsilon_{\bar{0}', \bar{1}'} \Big|_{U' \rightarrow -U'} \\ \varepsilon_{\bar{0}', \bar{1}'} &\rightarrow -\mu' - \frac{\mu}{2} \pm \sqrt{\frac{\mu^2}{4} + t_0^2 \varphi^2} - \mu \equiv \varepsilon_{0', 1'}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

що підтверджує, що маємо тепер справу з випадком притягання.

Очевидно, що при цьому перетворюються середні

$$\begin{aligned} \langle X^{0'0'} \rangle &\rightarrow \langle X^{\bar{0}'\bar{0}'} \rangle \\ \langle X^{1'1'} \rangle &\rightarrow \langle X^{\bar{1}'\bar{1}'} \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle X^{\bar{0}'\bar{0}'} \rangle &\rightarrow \langle X^{0'0'} \rangle \\ \langle X^{\bar{1}'\bar{1}'} \rangle &\rightarrow \langle X^{1'1'} \rangle \end{aligned} \quad (3.3)$$

і, відповідно, рівняння для параметра порядку φ , отримане в [16, 18], яке мало вигляд (ф-ла 4.10)

$$\varphi = \frac{|t_0| \varphi}{2} \left(\frac{\langle X^{1'1'} \rangle - \langle X^{0'0'} \rangle}{\sqrt{\mu^2/4 + t_0^2 \varphi^2}} + \frac{\langle X^{\bar{1}'\bar{1}'} \rangle - \langle X^{\bar{0}'\bar{0}'} \rangle}{\sqrt{(U' - \mu)^2/4 + t_0^2 \varphi^2}} \right), \quad (3.4)$$

запишеться у даному випадку як

$$\varphi = \frac{|t_0| \varphi}{2} \left(\frac{\langle X^{\bar{1}'\bar{1}'} \rangle - \langle X^{\bar{0}'\bar{0}'} \rangle}{\sqrt{(U' + \mu)^2/4 + t_0^2 \varphi^2}} + \frac{\langle X^{1'1'} \rangle - \langle X^{0'0'} \rangle}{\sqrt{\mu^2/4 + t_0^2 \varphi^2}} \right) \quad (3.5)$$

Воно є таким самим, як рівняння (3.4), але з заміною $U' \rightarrow -U'$.

Наведене вище підтверджує, що заміна (2.5) дає можливість відтворити термодинаміку моделі з $U' < 0$, виходячи з результатів, отриманих при $U' > 0$.

Розглянемо в першу чергу фазові діаграми (μ, μ') при $T = 0$, які ілюструють області існування різних фаз (при нульовій температурі – це області існування різних основних станів системи). Побудова діаграм для $U' < 0$ (випадок II), виходячи з попередніх для $U' > 0$ (випадок I), що подані в [16], зводиться до двох перетворень на площині $(\mu, \mu') : 1)$ відбиття стосовно горизонтальної осі μ ; 2) зсув наліво вздовж осі μ на величину $|U'|$. Отримані таким способом нові діаграми представлені (поряд з вихідними) на рис. 1.

Як видно з цих діаграм, з появою ферміонів та поступовим збільшенням їх концентрації (що відбувається при наростанні хімічного потенціалу μ') має місце поступове придушення SF фази.

Якщо $|t_0| < |U'|/2$, при подальшому рості μ' SF фаза зникає; це настає при $\mu' \geq |t_0|$ для $U' > 0$ та при $\mu' \geq U' + |t_0|$ для $U' < 0$. Різниця між випадками I і II полягає, однак, у тому, що у першому з них при появі ферміонів пропадає спочатку конденсат з малою концентрацією бозонів, а в другому – навпаки, з великою. Крім того, сам фазовий перехід при зростанні μ' відбувається у випадку I з SF фази $|1'\rangle$ у МІ фазу $|\bar{0}\rangle$ (для неї $n_F = 1, n_B = 0$), в той час як у випадку II – з SF фази $|1'\rangle$ у МІ фазу $|\bar{1}\rangle$ (де $n_F = 1, n_B = 1$). Це є відображенням ефекту відштовхування В-Ф чи, відповідно, притягання.

У щільності $|t_0| \leq \mu' \leq U' - |t_0|$ (чи $U' + |t_0| < \mu' < -|t_0|$) SF фаза не існує. В області великих концентрацій ферміонів вона з'являється

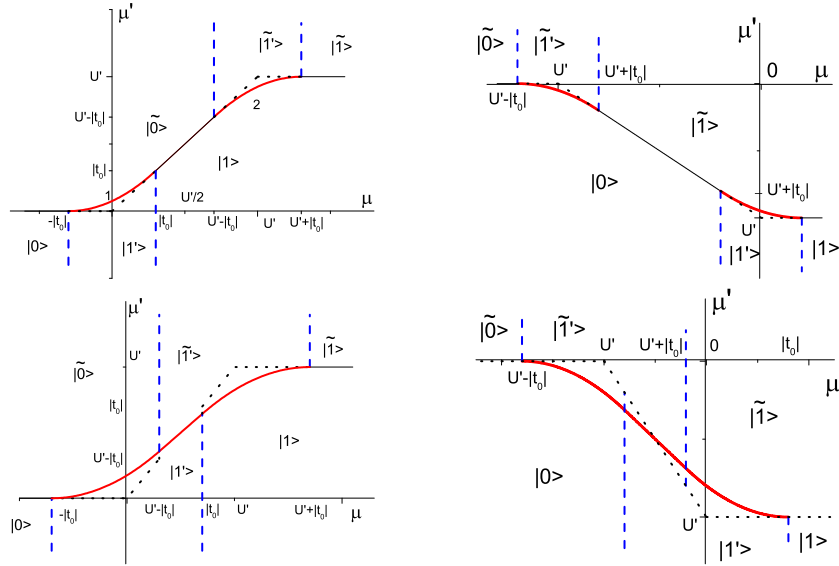


Рис. 1. Фазові діаграми (μ', μ) при $T = 0$ для $U' > 0$ (зліва) та $U' < 0$ (справа). Верхній ряд – діаграми при $|t_0| < |U'|/2$, нижній ряд – при $|U'|/2 < |t_0| < |U'|$. Тут, і на рис.2, 3 та 4, суцільні лінії – фазові переходи 1-го роду, штрихові лінії – фазові переходи 2-го роду, пунктирні лінії – спінодалі.

знову (при подальшому наростанні μ'), починаючи з менших (випадок I) чи більших (випадок II) значень μ і, тим самим концентрацій бозонів. Тут це фаза $|\tilde{1}'\rangle$ з великою концентрацією n_F , на відміну від фази $|1'\rangle$, де конденсат існує на фоні малої концентрації ферміонів. Перехід до фази $|\tilde{1}'\rangle$ відбувається з МІ фази $|1\rangle$ при $U' > 0$ (чи з МІ фази $|0\rangle$ при $U' < 0$); конденсат виникає при цьому за рахунок змішування станів з $n_B = 0$ і $n_B = 1$ за участі ферміонів.

Якщо ж $|U'|/2 < |t_0| < |U'|$, то ситуація в загальному залишається подібною. Разом з тим, щілини, що розділяє на діаграмі (μ, μ') області існування двох конденсатів, тут немає. Навпаки, у проміжній області значень μ' вони співіснують. Перехід між ними відбувається на лінії переходів 1-го роду, яка має протилежний нахил у випадках I і II.

На рис. 2 представлено фазові діаграми $(\mu, |t_0|)$ для $U' > 0$ та для $U' < 0$; діаграми для другого випадку отримані за допомогою описаної вище заміни параметрів моделі. Візуально діаграми на рис. 2a

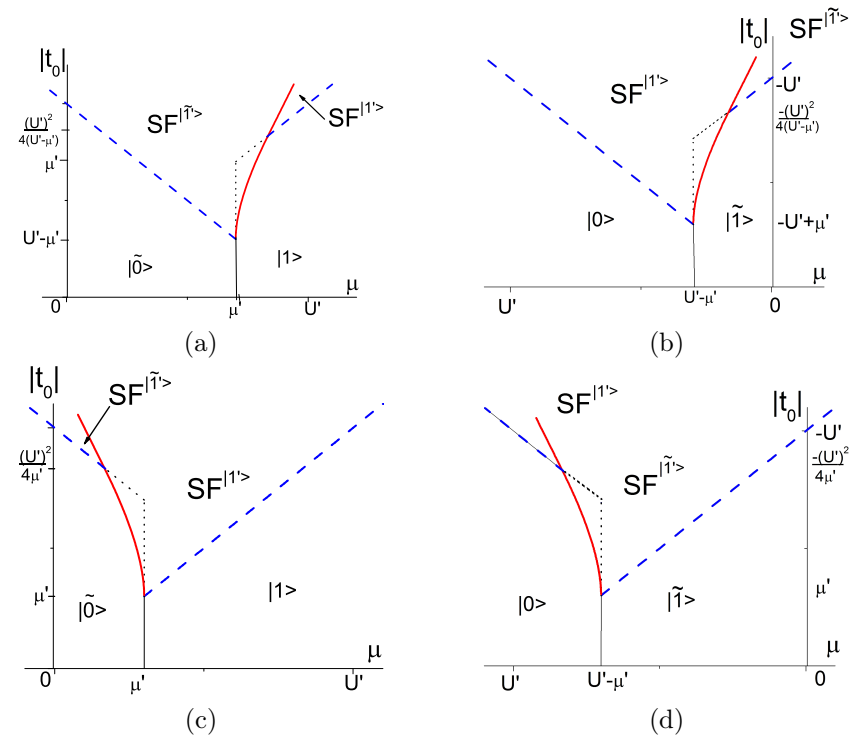


Рис. 2. Фазові діаграми $(|t_0|, \mu)$ при $T = 0$ для $U' > 0$ (зліва) та $U' < 0$ (справа). Верхній ряд: діаграми при $|U'|/2 < \mu' < |U'|$, нижній ряд – при $0 < \mu' < |U'|/2$.

і 2b та 2c і 2d між собою попарно подібні. Однак, при бозон-ферміонному відштовхуванні першою для $0 < |\mu'| < |U'|/2$ при зростанні бозонного перенесення $|t_0|$ виникає фаза $SF^{1'}$, в той час як у випадку притягання – фаза $SF^{|\tilde{1}'\rangle}$. Для $|U'|/2 < |\mu'| < |U'|$ – ситуація обернена. Тип конденсату, що з'являється першим, залежить не тільки від знаку взаємодії між бозонами і ферміонами, але й від розташування хімічного потенціалу ферміонів – вище чи нижче рівня $U'/2$. Послідовність фаз, через які проходить система при збільшенні хімічного потенціалу бозонів, є різною у випадках I і II. Зокрема, при $U' > 0$ та $0 < \mu' < U'/2$ – це $|\tilde{0}\rangle \rightarrow |1\rangle$, якщо $|t_0| < \mu'$, та $|\tilde{0}\rangle \rightarrow |1'\rangle \rightarrow |1\rangle$ чи $|0\rangle \rightarrow |\tilde{1}'\rangle \rightarrow |1'\rangle \rightarrow |1\rangle$, якщо $|t_0| > \mu'$; при $U' < 0$ та $0 > \mu' > U'/2$ – це $|0\rangle \rightarrow |\tilde{1}\rangle$, якщо $|t_0| < -\mu'$, та $|0\rangle \rightarrow |\tilde{1}'\rangle \rightarrow |\tilde{1}\rangle$

чи $|0\rangle \rightarrow |1\rangle \rightarrow |\tilde{1}'\rangle \rightarrow |\tilde{1}\rangle$, якщо $|t_0| > -\mu'$.

При великих μ (повне заповнення бозонних станів) у випадку відштовхування залишається фаза $|1\rangle$ (без ферміонів), а у випадку притягання – фаза $|\tilde{1}\rangle$ (заповнений стан бозон-ферміонних пар). Бозе конденсат з'являється при $\mu = \mu'$ для $U' > 0$ та при $\mu = U' - \mu'$ для $U' < 0$, що при $T = 0$ відповідає (нижче порогу появи бозе-конденсату) зміні основного стану і стрибку концентрації бозонів між значеннями $n_B = 1$ і $n_B = 1$.

4. Фазові діаграми (T, μ)

Перетворення (2.5) дозволяє будувати фазові діаграми у випадку Б-Ф притягання і при ненульових температурах. Наприклад, виходячи з (T, μ) діаграм розрахованих в [18] для $U' > 0$, можна отримати відповідні діаграми при $U' < 0$.

На рис. 3 і 4 представлені (T, μ) діаграми для значень параметрів, що відповідають областям $|t_0| < |U'|/2$ та $|U'|/2 < |t_0| < |U'|$. Для порівняння подано графіки для випадків як відштовхування ($U' > 0$), так і притягання ($U' < 0$). Форма кривих попарно однакова, вони відрізняються лише зсувом вздовж осі μ на U' . Важливо, однак, що типи бозе-конденсату у областях під відповідними куполами різні (наприклад, у випадку $U' < 0$ при $|t_0| = 0.2, \mu' = 0.01$ це фаза $SF^{|\tilde{1}'\rangle}$), а у випадку $U' < 0$ при $|t_0| = 0.8, \mu' = -0.01$ це фаза $SF^{|\tilde{1}\rangle}$). Це пов'язано з тим, що бозе-конденсація настає тут у відсутності або присутності ферміонів.

Температурна перебудова областей існування SF фази на площині (μ, μ') при $U' < 0$ показана на рис. 5. За своєю суттю вона така ж, як і при $U' > 0$ (див. [18]). Розділення єдиної області SF фази на дві окремі відбувається при тій же температурі $T_c \cong 0,341|U'|$ у точці з координатами $\mu = |U'|/2, |\mu'| = |U'|/2$.

5. Висновки

Дослідження, проведене в даній роботі, показало, що в моделі Бозе-Фермі-Хаббарда існує ферміонн-діркова симетрія, яка дозволяє встановити відповідність між випадками одноузлового відштовхування ($U' > 0$) та притягання ($U' < 0$) між бозонами і ферміонами. Це дало можливість, шляхом відповідного перетворення параметрів моделі, перенести результати, отримані при $U' > 0$ для термодинаміки моделі БФХ у границі жорстких бозонів (у режимі фіксованих хімічних потенціалів бозонів і ферміонів), на випадок моделі з $U' < 0$.

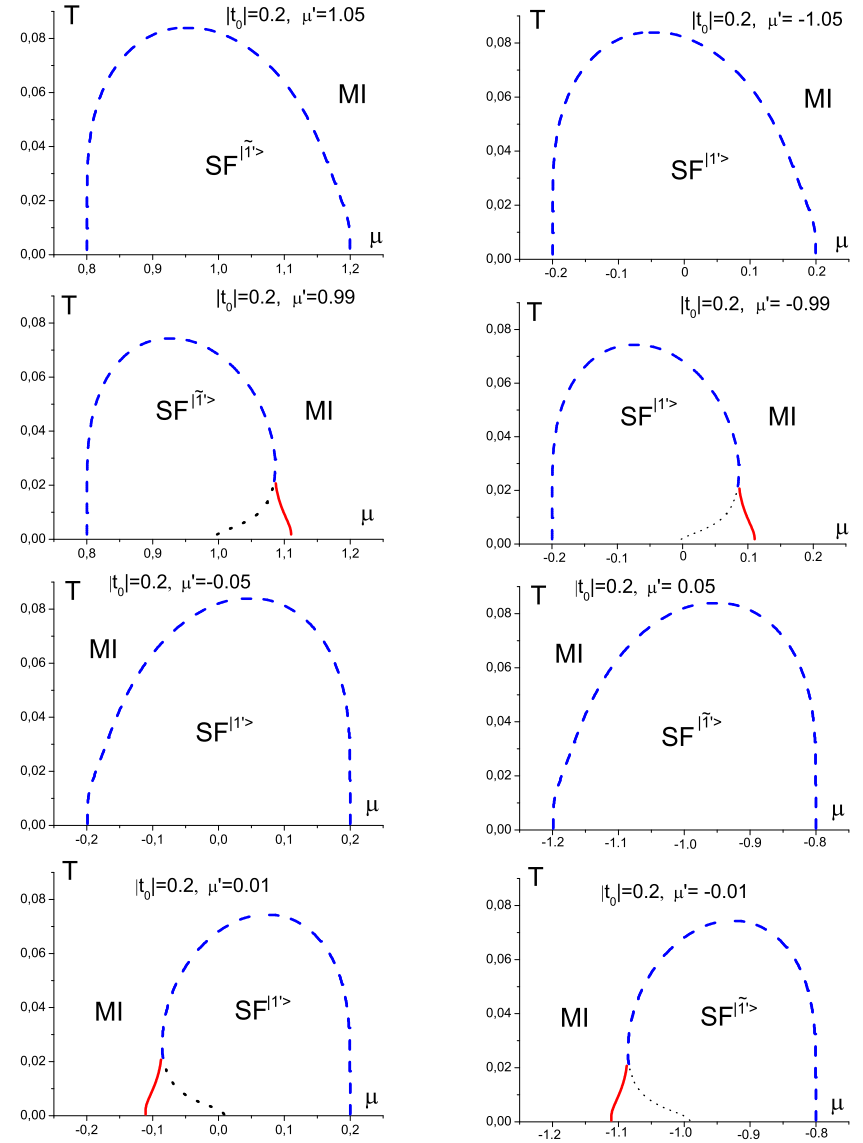


Рис. 3. Фазові діаграми (T, μ) у випадку $|t_0| < |U'|/2$ для $U' > 0$ (зліва) та $U' < 0$ (справа). Тут, і на рис. 4 та 5, величини, що мають розмірність енергії, подано в одиницях $|U'|$. Для температури kT використано скорочене позначення T .

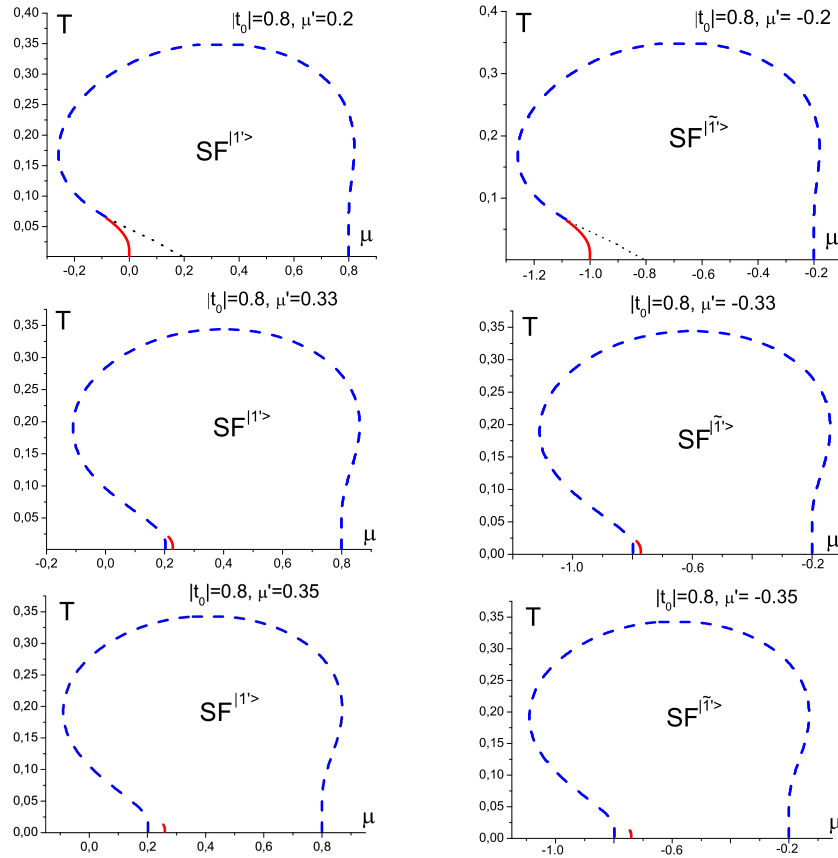


Рис. 4. Фазові діаграми (T, μ) у випадку $|U'|/2 < |t_0| < |U'|$ для $U' > 0$ (зліва) та $U' < 0$ (справа).

Структура побудованих фазових діаграм (μ', μ) , $(|t_0|, \mu)$, (T, μ) є в цілому такою самою, як і діаграм для бозон-ферміонної суміші з міжсортним Б-Ф відштовхуванням. Загальною спільною рисою є те, що поява ферміонів та наростання їх хімічного потенціалу має своїм наслідком, залежно від рівня хімічного потенціалу бозонів зникнення або появу бозе-конденсату. При наростанні μ' у випадку $U' < 0$ фаза $SF^{|\tilde{1}\rangle}$ переходить у МІ фазу $|\tilde{1}\rangle$, а у випадку $U' > 0$ – у МІ фазу $|\tilde{0}\rangle$. З другого боку, при понижженні μ' (зменшенні концентрації ферміонів) та при $U' < 0$ має місце перехід $SF^{|\tilde{1}\rangle} \rightarrow MI^{|\tilde{0}\rangle}$, у той час

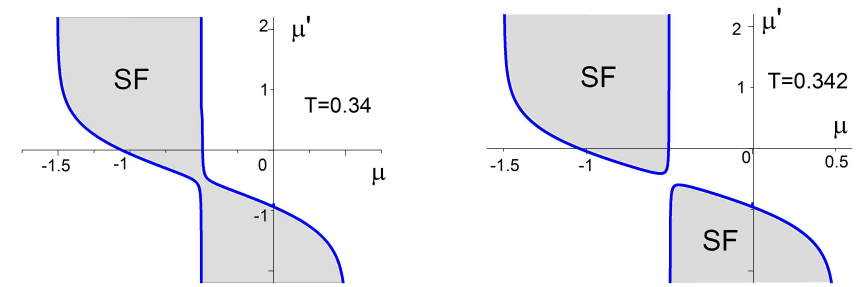


Рис. 5. Перебудова області SF фази на площині (μ', μ) при зміні температури. Тут $|t_0| = 0.8$ (випадок $|U'|/2 < |t_0| < |U'|$); $U' < 0$

як при $U' > 0$ відбувається перехід $SF^{|\tilde{1}\rangle} \rightarrow MI^{|\tilde{1}\rangle}$. Все це залежить від розташування хімічного потенціалу бозонів. Фаза $SF^{|\tilde{1}\rangle}$ зникає під впливом ферміонів при $-|t_0| < \mu < |t_0|$, а фаза $SF^{|\tilde{1}\rangle}$ з'являється (при $\bar{n}_F \rightarrow 1$), якщо $|U'| - |t_0| < \mu < |U'| + |t_0|$. Тим самим, не слід вважати, що поява ферміонів погіршує умови для існування бозе-конденсату. Це стосується лише напідлинної фази $SF^{|\tilde{1}\rangle}$ з конденсатом, що існує на фоні незайнятих ферміонних станів. У той же час, наявність ферміонів стимулює появу бозе-конденсату іншого типу – $SF^{|\tilde{1}\rangle}$, де конденсація відбувається у присутності ферміонів. Наведені діаграми демонструють умови існування цих фаз при бозон-ферміонному відштовхуванні або притяганні.

Література

1. Fisher M. P. A., Weichman P. B., Grinstein G. et al. // *Phys. Rev. B.* 1989. Vol. 40. P. 546.
2. Jaksch D., Bruder C., Cirac J. I. et al. // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 81. P. 3108.
3. Albus A., Illuminati F., Eisert J. // *Phys. Rev. A.* 2003. Vol. 68. P. 023606.
4. Bloch I. // *Nature Phys.* 2005. Vol. 1. P. 23.
5. Bloch I., Dalibard J., Zwerger W. // *Rev. Mod. Phys.* 2008. Vol. 80. P. 885.
6. Lewenstein M., Sanpera A., Ahufinger V. Oxford University Press, 2002.
7. Best T., Will S., Schneider U. et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102. P. 030408.

8. Gunter K., Stoferle T., Moritz H. et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 96. P. 180402.
9. Ospelkaus C., Ospelkaus S., Humbert L. et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 97. P. 120402.
10. Lühmann D. S., Bongs K., Sengstock K. et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 101. P. 050402.
11. Tewari S., Lutchny R. M., Das Sarma S. // *Phys. Rev. B.* 2009. Vol. 80. P. 054511.
12. Mering A., Fleischhauer M. // *Phys. Rev. A.* 2008. Vol. 77. P. 023601.
13. Jürgensen O., Sengstock K., Lühmann D. S. // *Phys. Rev. A.* 2012. Vol. 86. P. 043623.
14. Cramer M., Ospelkaus S., Ospelkaus C. et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 100. P. 140409.
15. Bukov M., Pollet L. // *Phys. Rev. A.* 2014. Vol. 89. P. 094502.
16. Stasyuk I. V., Krasnov V. O. // *Condens. Matter Phys.* 2015. Vol. 18, no. 4. P. 43702.
17. Stasyuk I. V., Mysakovych T. S., Krasnov V. O. // *Condens. Matter Phys.* 2010. Vol. 13, no. 1. P. 13003.
18. Stasyuk I. V., Krasnov V. O. // *Physica B: Physics of Condensed Matter.* 2017. Vol. 511. P. 109.

CONDENSED MATTER PHYSICS

The journal **Condensed Matter Physics** is founded in 1993 and published by Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine.

AIMS AND SCOPE: The journal **Condensed Matter Physics** contains research and review articles in the field of statistical mechanics and condensed matter theory. The main attention is paid to physics of solid, liquid and amorphous systems, phase equilibria and phase transitions, thermal, structural, electric, magnetic and optical properties of condensed matter. *Condensed Matter Physics* is published quarterly.

ABSTRACTED/INDEXED IN: Chemical Abstract Service, Current Contents/Physical, Chemical&Earth Sciences; ISI Science Citation Index-Expanded, ISI Alerting Services; INSPEC; "Referatyvnyy Zhurnal"; "Dzherelo".

EDITOR IN CHIEF: Ihor Yukhnovskii.

EDITORIAL BOARD: T. Arimitsu, *Tsukuba*; J.-P. Badiali, *Paris*; B. Berche, *Nancy*; T. Bryk (Associate Editor), *Lviv*; J.-M. Caillol, *Orsay*; C. von Ferber, *Coventry*; R. Folk, *Linz*; L.E. Gonzalez, *Valladolid*; D. Henderson, *Provo*; F. Hirata, *Okazaki*; Yu. Holovatch (Associate Editor), *Lviv*; M. Holovko (Associate Editor), *Lviv*; O. Ivankiv (Managing Editor), *Lviv*; Ja. Ilnytskyi (Assistant Editor), *Lviv*; N. Jakse, *Grenoble*; W. Janke, *Leipzig*; J. Jedrzejewski, *Wroclaw*; Yu. Kalyuzhnyi, *Lviv*; R. Kenna, *Coventry*; M. Korynevskii, *Lviv*; Yu. Kozitsky, *Lublin*; M. Kozlovskii, *Lviv*; O. Lavrentovich, *Kent*; M. Lebovka, *Kyiv*; R. Lemanski, *Wroclaw*; R. Levitskii, *Lviv*; V. Loktev, *Kyiv*; E. Lomba, *Madrid*; O. Makhanets, *Chernivtsi*; V. Morozov, *Moscow*; I. Mryglod (Associate Editor), *Lviv*; O. Patsahan (Assistant Editor), *Lviv*; O. Pizio, *Mexico*; N. Plakida, *Dubna*; G. Ruocco, *Rome*; A. Seitsonen, *Zürich*; S. Sharapov, *Kyiv*; Ya. Shchur, *Lviv*; A. Shvaika (Associate Editor), *Lviv*; S. Sokołowski, *Lublin*; I. Stasyuk (Associate Editor), *Lviv*; J. Strečka, *Košice*; S. Thurner, *Vienna*; M. Tokarchuk, *Lviv*; I. Vakarchuk, *Lviv*; V. Vlachy, *Ljubljana*; A. Zagorodny, *Kyiv*

CONTACT INFORMATION:

Institute for Condensed Matter Physics
of the National Academy of Sciences of Ukraine
1 Svientsitskii Str., 79011 Lviv, Ukraine
Tel: +38(032)2761978; Fax: +38(032)2761158
E-mail: cmp@icmp.lviv.ua <http://www.icmp.lviv.ua>