Національна академія наук України

ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP–96–28U

В.В.Ігнатюк, М.В.Токарчук

УЗГОДЖЕНИЙ ОПИС КІНЕТИКИ ТА ГІДРОДИНАМІКИ ПЛАЗМИ У ВЛАСНОМУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОМУ ПОЛІ. II. ЧАСОВІ КОРЕЛЯЦІЙНІ ФУНКЦІЇ ТА КОЛЕКТИВНІ МОДИ.

ЛЬВІВ

УДК: 536.75; 536.-12.01
PACS: 05.70.L, 52.25.

Узгоджений опис кінетики та гідродинаміки плазми у власному електромагнітному полі. II. Часові кореляційні функції та колективні моди.

В.В.Ігнатюк, М.В.Токарчук

Анотація. На основі методу нерівноважного статистичного оператора Д. М. Зубарєва проведений узгоджений опис кінетики і гідродинаміки заряджених частинок плазми та осциляторів електромагнітного поля. Отримані рівняння для часових кореляційних функцій гідродинамічних змінних, в яких ядра переносу перенормовані як з врахуванням кінетики частинок плазми так і кінетики осциляторів поля. Проведено аналіз колективних мод в довгохвильовому наближенні та показано, що в порівнянні з кулонівською плазмою вирази для відповідних мод перенормовані внаслідок врахування внутрішнього електромагнітного поля.

Consistent description of kinetics and hydrodynamics of plasma in the self-electromagnetic field. II. Time correlation functions and collective modes.

V.V.Ignatjuk, M.V.Tokarchuk

Abstract. Using the method of Zubarev's nonequilibrium statistical operator the consistent description of kinetics and hydrodynamics of plasma charged particles as well as electromagnetic field oscillators is carried out. The equations for time correlation functions, in which transport kernels have been renormalized due to both kinetics of plasma particles and kinetics of field oscillators, are obtained. An analysis of collective modes in long-wave approximation is performed. One showed that in comparison with Coulomb plasma the expressions for corresponding modes have been renormalized in consequence of self-electromagnetic field.

Подається до Український фізичний журнал
Submitted to Ukrainian Journal of Physics

© Інститут фізики конденсованих систем 1996
Institute for Condensed Matter Physics 1996

1. Вступ

Теоретичні дослідження часових кореляційних функцій та коефіцієнтів переносу для плазми в електромагнітному полі є однією з актуальних проблем нерівноважної статистичної теорії плазми. При цьому однією з центральних задач є розрахунок динамічного структурного фактора плазми, який може експериментально досліджуватись за розсіянням нейтронів, що є важливим для діагностики плазми. Інша важлива особливість плазми пов'язана з тим, що коефіцієнти переносу- в'язкість, теплопровідність та перехресні коефіцієнти- залежать від стану самого поля, що буде відображатись і на спектрі колективних мод та частотно-хвильової залежності динамічного структурного фактора. Певні результати у цьому напрямку були отримані у серії робіт [1-3], де були проведені дослідження часових кореляційних функцій, колективних мод та коефіцієнтів переносу для однокомпонентної густої плазми в зовнішньому магнітному полі, та в роботах [4-5], в яких досліджувались гідродинамічні моди двокомпонентної кулонівської плазми. Найбільший інтерес з точки зору застосування складають дослідження часових кореляційних функцій та коефіцієнтів переносу багатокомпонентної плазми в електромагнітному полі.

2. Часові кореляційні функції та коефіцієнти переносу

За допомогою рівнянь переносу, отриманих в першій частині, відомим способом [6] можна отримати відповідну систему рівнянь для лаплас-образів часових кореляційних функцій гідродинамічних змінних

$$\Phi^{ab}_{B_iB_j}(\boldsymbol{k},z) = \imath \int \exp(\imath z t)\Phi^{ab}_{B_iB_j}(\boldsymbol{k},t)\,dt\,,$$

$$\Phi^{ab}_{B_iB_j}(\boldsymbol{k},t) = \langle \hat{B}^a_i(\boldsymbol{k},t)\hat{B}^b_j(-\boldsymbol{k})\rangle_0 \qquad (2.1)$$

($\hat{B}^a_i$ пробігає значення $\hat{n}^a_{\boldsymbol{k}}, \hat{\boldsymbol{j}}^a_{\boldsymbol{k}}, \hat{h}^a_{\boldsymbol{k}}$) та часових кореляційних функцій, що описують кореляцію осциляторів поля та частинок плазми

$$\Phi^{\alpha a}_{NB_i}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},z) = \imath \int \exp(\imath z t)\Phi^{\alpha a}_{NB_i}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},t)\,dt\,,$$

$$\Phi^{\alpha a}_{NB_i}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},t) = \langle \delta\hat{N}^{\alpha}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{X},t)\hat{B}^a_i(-\boldsymbol{k})\rangle_0\,, \qquad (2.2)$$

$$\sum_c\sum_n\left(z\delta_{ac}\delta_{B_iB_n} - \imath\Omega^{ac}_{B_iB_n}(\boldsymbol{k}) + \tilde{L}^{ac}_{B_iB_n}(\boldsymbol{k},z)\right)\Phi^{cb}_{B_nB_j}(\boldsymbol{k},z) -$$
$$-\sum_\alpha\int d\boldsymbol{X}\,\imath\Omega^{a\alpha}_{B_iN}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X})\Phi^{\alpha b}_{NB_j}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},z) + \sum_\alpha\int d\boldsymbol{X}\,\tilde{L}^{a\alpha}_{B_iN}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},z)\times$$
$$\times\Phi^{\alpha b}_{NB_j}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},z) = -\Phi^{ab}_{B_iB_j}(\boldsymbol{k})\,, \qquad (2.3)$$

$$z\Phi^{\alpha a}_{NB_i}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},z) + \sum_{\alpha'}\int d\boldsymbol{X}'\,\tilde{L}^{\alpha\alpha'}_{NN}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}',z)\Phi^{\alpha' a}_{NB_i}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X}',z) -$$
$$-\sum_c\sum_n \imath\Omega^{\alpha c}_{NB_n}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X})\Phi^{ca}_{B_nB_i}(\boldsymbol{k},z) + \qquad (2.4)$$
$$+\sum_c\sum_n \tilde{L}^{\alpha c}_{NB_n}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},z)\Phi^{ca}_{B_nB_i}(\boldsymbol{k},z) = 0.$$

У виразах (2.3) - (2.4) сумування проводиться як за сортами частинок (індекси a,c), так і за гідродинамічними змінними B_n. Зауважимо, що статична кореляційна функція $\Phi^{\alpha a}_{NB_i}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X}) = 0$ при $k \neq 0$, тому з рівняння (2.4) можна виразити $\Phi^{\alpha a}_{NB_i}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},z)$ і підставити в (2.3). Отримаємо систему рівнянь для часових кореляційних функцій $\Phi^{ab}_{B_iB_j}(\boldsymbol{k},z)$:

$$\sum_c\sum_n\left(z\delta_{ac}\delta_{B_iB_n} - \imath\Omega^{ac}_{B_iB_n}(\boldsymbol{k}) + \tilde{\tilde{L}}^{ac}_{B_iB_n}(\boldsymbol{k},z)\right)\Phi^{cb}_{B_nB_j}(\boldsymbol{k},z) =$$
$$= -\Phi^{ab}_{B_iB_j}(\boldsymbol{k})\,. \quad (2.5)$$

Функції пам'яті $\tilde{\tilde{L}}^{ab}_{B_iB_n}(\boldsymbol{k},z)$ перенормовані як з врахуванням кінетики частинок так і кінетики осциляторів поля:

$$\tilde{\tilde{L}}^{ab}_{B_iB_n}(\boldsymbol{k},z) = \tilde{L}^{ab}_{B_iB_n}(\boldsymbol{k},z) - \sum_{\alpha\alpha'}\sum_n\int d\boldsymbol{X}\int d\boldsymbol{X}'\,\tilde{D}^{a\alpha}_{B_iN}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},z)\times$$
$$\times\left[z\delta_{\alpha\alpha'}\delta(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}') - \tilde{L}^{\alpha\alpha'}_{NN}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}',z)\right]^{-1}\tilde{D}^{\alpha' b}_{NB_n}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X}',z)\,, \quad (2.6)$$

де

$$\tilde{D}^{a\alpha}_{B_iN}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},z) = -\imath\Omega^{a\alpha}_{B_iN}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X}) + \tilde{L}^{a\alpha}_{B_iN}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},z)\,, \qquad (2.7)$$

а оператор $\left[z\delta_{\alpha\alpha'}\delta(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}') - \tilde{L}^{\alpha\alpha'}_{NN}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}',z)\right]^{-1}$ знаходиться з умови

$$\sum_{\alpha''}\int d\boldsymbol{X}''\left[z\delta_{\alpha\alpha''}\delta(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}') - \tilde{L}^{\alpha\alpha''}_{NN}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}'',z)\right]\times$$

$$\left[z\delta_{\alpha''\alpha'}\delta(\boldsymbol{X}''-\boldsymbol{X}')-\tilde{L}_{NN}^{\alpha''\alpha'}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{X}'',\boldsymbol{X}',z)\right]=\delta_{\alpha\alpha'}\delta(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}')\ .\qquad(2.8)$$

Нагадаємо, що знак тільда над функціями пам'яті означає перенормування на основі врахування кінетики частинок. По своїй структурі система рівнянь (2.5) аналогічна системі рівнянь, що отримується методом проекційних операторів Морі [7] та методом функцій Гріна [8], однак в нашому випадку ядра переносу враховують як кінетичні, так і гідродинамічні кореляції в системі.

Вибравши напрям хвильового вектора по осі $0z$, в системі рівнянь (2.5) можна розділити рівняння для часових кореляційних функцій, що описують поздовжні та поперечні коливання в системі. Так при $\hat{B}_i(\boldsymbol{k})=\hat{\boldsymbol{j}}^{\perp}_{\boldsymbol{k}}$ ($\hat{\boldsymbol{j}}^{\perp}_{\boldsymbol{k}}$– поперечна компонента густини імпульсу), отримаємо:

$$z\Phi_{jj}^{\perp ab}(\boldsymbol{k},z)+\sum_c\tilde{L}_{jj}^{\perp ac}(\boldsymbol{k},z)\Phi_{jj}^{\perp cb}(\boldsymbol{k},z)=-\Phi_{jj}^{\perp ab}(\boldsymbol{k})=$$

$$=-\frac{m_an_a}{\beta}\delta_{ab}\ ,\qquad(2.9)$$

(m_a та n_a, відповідно, маса частинок сорту a та густина числа частинок, $\beta=(k_{\text{Б}}T)^{-1}$– обернена температура.) З рівняння (2.9) отримаємо:

$$\Phi_{jj}^{\perp ab}(\boldsymbol{k},z)=\sum_c\left[z+\tilde{\tilde{L}}_{jj}(\boldsymbol{k},z)\right]^{-1}_{ac}\Phi_{jj}^{\perp cb}(\boldsymbol{k})\ ,\qquad(2.10)$$

де $\left[z+\tilde{\tilde{L}}_{jj}(\boldsymbol{k},z)\right]^{-1}$ – матриця, обернена до

$$\left[z+\tilde{\tilde{L}}_{jj}(\boldsymbol{k},z)\right]_{ab}=z\delta_{ab}+\imath(\boldsymbol{k}^2\tilde{\eta}_{ab}^{\perp}(\boldsymbol{k},z)+\tilde{\nu}_{ab}^{\perp}(z))/m_bn_b\beta^{-1}\ ,\qquad(2.11)$$

$\tilde{\eta}_{ab}^{\perp}(\boldsymbol{k},z)$– узагальнений коефіцієнт зсувної в'язкості,що визначається згідно

$$\imath\boldsymbol{k}^2\beta\tilde{\eta}_{ab}^{\perp}(\boldsymbol{k},z)/m_bn_b=\frac{\boldsymbol{k}^2\beta}{m_bn_b}\times$$

$$\times\langle(1-\wp)\hat{\boldsymbol{I}}_j^{\perp a}(\boldsymbol{k})T_0(z)(1-\wp)\hat{\boldsymbol{I}}_j^{\perp b}(-\boldsymbol{k})\rangle_0\ ,\qquad(2.12)$$

де $T_0(z)$- лаплас-образ оператора еволюції, $\wp$- проекційний оператор Морі, який проектує будь-яку фазову змінну на простір гіродинамічних змінних, $\hat{\boldsymbol{I}}_j^{\perp a}(\boldsymbol{k})$- поперечна складова тензора напружень, а $\tilde{\nu}_{jj}^{\perp ab}(z)$- узагальнена релаксаційна матриця, означена згідно

$$\imath\tilde{\nu}_{jj}^{\perp ab}(z)=\langle(1-\wp)\hat{\boldsymbol{f}}^{\perp a}T_0(z)(1-\wp)\hat{\boldsymbol{f}}^{\perp b}\rangle_0\ ,\qquad(2.13)$$

де $\hat{\boldsymbol{f}}^{\perp a}$– поперечні складові сили Лоренца:

$$\hat{\boldsymbol{f}}^{\perp a}=-\sqrt{\frac{4\pi}{V}}\sum_{i=1}^{N_a}e_a\left(\sum_{\boldsymbol{k},\alpha}\hat{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{k}}^{\alpha}\ \begin{matrix}\sin\boldsymbol{kr}_i\\ \cos\boldsymbol{kr}_i\end{matrix}+\sum_{\boldsymbol{k},\alpha}\left(\frac{\boldsymbol{p}_i}{m_a}\cdot\boldsymbol{k}\right)\ \begin{matrix}-\hat{\boldsymbol{Q}}_{\boldsymbol{k}}^2\sin\boldsymbol{kr}_i\\ \hat{\boldsymbol{Q}}_{\boldsymbol{k}}^1\cos\boldsymbol{kr}_i\end{matrix}\right)+$$

$$+\sum_{i=1}^{N_a}\sum_{j=1}^{N_b}\frac{e_ae_b\left((\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j)\cdot\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{k}}\right)\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{k}}}{|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|^3}\ ,\qquad(2.14)$$

($\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{k}}$– орт, перпендикулярний до вектора $\boldsymbol{k}$.)

Подібно до (2.9) можна записати систему рівнянь для поздовжних складових динамічних змінних:

$$z\Phi_{nB}^{ab}(\boldsymbol{k},z)-\sum_c\imath\Omega_{nj}^{ac}\Phi_{jB}^{||cb}(\boldsymbol{k},z)=-\Phi_{nB}^{ab}(\boldsymbol{k})\ ,$$

$$z\Phi_{jB}^{||ab}(\boldsymbol{k},z)-\sum_c\Big(\imath\Omega_{jn}^{ac}(\boldsymbol{k})\Phi_{nB}^{cb}(\boldsymbol{k},z)+\imath\Omega_{jh}^{ac}(\boldsymbol{k})\Phi_{hB}^{cb}(\boldsymbol{k},z)-$$

$$-\tilde{\tilde{L}}_{jj}^{||ac}(\boldsymbol{k},z)\Phi_{jB}^{||cb}(\boldsymbol{k},z)-\tilde{\tilde{L}}_{jh}^{||ac}(\boldsymbol{k},z)\Phi_{hB}^{||cb}(\boldsymbol{k},z)\Big)=-\Phi_{jB}^{||ab}(\boldsymbol{k})\ ,\qquad(2.15)$$

$$z\Phi_{hB}^{ab}(\boldsymbol{k},z)-\sum_c\Big(\imath\Omega_{hj}^{ac}(\boldsymbol{k})\Phi_{jB}^{cb}(\boldsymbol{k},z)-\tilde{\tilde{L}}_{hj}^{||ac}(\boldsymbol{k},z)\Phi_{jB}^{||cb}(\boldsymbol{k},z)-\tilde{\tilde{L}}_{hh}^{||ac}(\boldsymbol{k},z)\times$$

$$\times\Phi_{hB}^{||cb}(\boldsymbol{k},z)\Big)=-\Phi_{hB}^{ab}(\boldsymbol{k})\ ,$$

$\hat{\boldsymbol{I}}_j^{||a}(\boldsymbol{k})$– поздовжня складова тензора напружень,

$$\imath\tilde{\nu}_{jj}^{||ab}(z)=\langle(1-\wp)\hat{\boldsymbol{f}}^{||a}T_0(z)(1-\wp)\hat{\boldsymbol{f}}^{||b}\rangle_0\qquad(2.16)$$

-узагальнена релаксаційна матриця, а $\hat{\boldsymbol{f}}^{||a}$– поздовжні складові сили Лоренца:

$$\hat{\boldsymbol{f}}^{||a}=\sum_{i=1}^{N_a}e_a\left(\sum_{j=1}^{N_b}\frac{e_b(\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j)}{|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|^3}\cdot\frac{\boldsymbol{kk}}{\boldsymbol{k}^2}+\right.$$

$$\left.+\sqrt{\frac{4\pi}{V}}\sum_{\boldsymbol{k},\alpha}\frac{\boldsymbol{k}}{m_a}\ \begin{matrix}-(\boldsymbol{p}_i\cdot\hat{\boldsymbol{Q}}_{\boldsymbol{k}}^2)\sin\boldsymbol{kr}_i\\ (\boldsymbol{p}_i\cdot\hat{\boldsymbol{Q}}_{\boldsymbol{k}}^1)\cos\boldsymbol{kr}_i\end{matrix}\ \right)\ ,\qquad(2.17)$$

$$\tilde{\tilde{L}}^{ab}_{jh}(\boldsymbol{k},z)=\sum_c \imath\boldsymbol{k}\left(\boldsymbol{k}\tilde{\xi}^{ac}(\boldsymbol{k},z)+\tilde{\nu}^{ac}_{jh}(z)\right)\left[\frac{C_V(\boldsymbol{k})}{k_Б\beta^2}\right]^{-1}_{cb}=\sum_c \imath\boldsymbol{k}\bar{\xi}^{ac}(\boldsymbol{k},z)\times$$

$$\times\left[\frac{C_V(\boldsymbol{k})}{k_Б\beta^2}\right]^{-1}_{cb}, \qquad (2.18)$$

$C^{ab}_V(\boldsymbol{k})$- теплоємність при постійному об'ємі, $\xi^{ab}(\boldsymbol{k},z)-$ узагальнений коефіцієнт, що описує кореляції між тепловими та в'язкими процесами, який визначається наступним чином:

$$\imath\boldsymbol{k}^2\tilde{\xi}^{ac}(\boldsymbol{k},z)=\boldsymbol{k}^2\langle(1-\wp)\hat{\boldsymbol{I}}^{||a}_j(\boldsymbol{k})T_0(z)(1-\wp)\hat{\boldsymbol{I}}^c_\varepsilon(-\boldsymbol{k})\rangle_0, \qquad (2.19)$$

де $\hat{\boldsymbol{I}}^c_\varepsilon(\boldsymbol{k})-$ потік тепла, при чому $\xi^{ac}(\boldsymbol{k},z)\to 0$ при $k\to 0$,

$$\imath\boldsymbol{k}\tilde{\nu}^{ac}_{jh}(z)=\boldsymbol{k}\Big\{\langle(1-\wp)\hat{\boldsymbol{f}}^{||a}T_0(z)(1-\wp)\hat{\boldsymbol{I}}^c_\varepsilon(0)\rangle_0+\langle(1-\wp)\hat{\boldsymbol{I}}^{||a}_j(0)\times$$

$$\times T_0(z)(1-\wp)\hat{P}^c\rangle_0\Big\}, \qquad (2.20)$$

тут $\hat{P}^c=\sum\limits_{i=1}^{N_c}\frac{\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{f}_i}{m_c}$,

$$\tilde{\tilde{L}}^{ab}_{hh}(\boldsymbol{k},z)=\imath\boldsymbol{k}^2\left(\tilde{\lambda}^{ac}(\boldsymbol{k},z)+\imath\tilde{\nu}^{ac}_{hh}(z)\right)\left[\frac{C_V(\boldsymbol{k})}{k_Б\beta^2}\right]^{-1}_{cb}, \qquad (2.21)$$

де $\tilde{\lambda}^{ac}(\boldsymbol{k},z)-$ узагальнений коефіцієнт теплопровідності, означений як

$$\imath\boldsymbol{k}^2\tilde{\lambda}^{ac}(\boldsymbol{k},z)=\boldsymbol{k}^2\langle(1-\wp)\hat{\boldsymbol{I}}^a_\varepsilon(\boldsymbol{k})T_0(z)(1-\wp)\hat{\boldsymbol{I}}^c_\varepsilon(-\boldsymbol{k})\rangle_0, \qquad (2.22)$$

а $\tilde{\nu}^{ac}_{hh}(z)-$ узагальнена релаксаційна матриця, яка визначається із співвідношення:

$$\imath\tilde{\nu}^{ac}_{hh}(z)=\langle(1-\wp)\hat{P}^aT_0(z)(1-\wp)\hat{P}^c\rangle_0. \qquad (2.23)$$

Послідовно розв'язуючи систему рівнянь (2.15) при $B^a=\{n^a_{\boldsymbol{k}}$, $\boldsymbol{j}^a_{\boldsymbol{k}}$, $h^a_{\boldsymbol{k}}\}$, знайдемо лаплас-образи кореляційних функцій "густина-густина", "імпульс-імпульс" та "ентальпія-ентальпія":

$$\Phi^{ab}_{nn}(\boldsymbol{k},z)=-\sum_{c,d}\Phi^{ac}_{nn}(\boldsymbol{k})\left[z\delta_{cd}+\Sigma^{cd}_{jj}(\boldsymbol{k},z)\right]\left[z\left(z+\Sigma_{jj}(\boldsymbol{k},z)\right)+\right.$$

$$\left.+\imath\Omega_{nj}(\boldsymbol{k})\imath\Omega_{jn}(\boldsymbol{k})\right]^{-1}_{db}, \qquad (2.24)$$

$$\Phi^{||ab}_{jj}(\boldsymbol{k},z)=-z\frac{m_bn_b}{\beta}\left[z^2+z\Sigma_{jj}(\boldsymbol{k},z)+\imath\Omega_{jn}(\boldsymbol{k})\imath\Omega_{nj}(\boldsymbol{k})\right]^{-1}_{ab}, \qquad (2.25)$$

$$\Phi^{ab}_{hh}(\boldsymbol{k},z)=-\sum_c\Phi^{ac}_{hh}(\boldsymbol{k})\Bigg[z+\tilde{\tilde{L}}_{hh}(\boldsymbol{k},z)+\left[z\left(\imath\Omega_{hj}(\boldsymbol{k})-\tilde{\tilde{L}}_{hj}(\boldsymbol{k},z)\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(\imath\Omega_{jh}(\boldsymbol{k})-\tilde{\tilde{L}}_{jh}(\boldsymbol{k},z)\right)\right]\times$$

$$\times\left[z\left(z+\tilde{\tilde{L}}^{||}_{jj}(\boldsymbol{k},z)\right)+\imath\Omega_{jn}(\boldsymbol{k})\imath\Omega_{nj}(\boldsymbol{k})\right]^{-1}\Bigg]^{-1}_{cb}, \qquad (2.26)$$

де

$$\Sigma^{ab}_{jj}(\boldsymbol{k},z)=\frac{\beta}{m_an_a}\left(\boldsymbol{k}^2\tilde{\eta}^{||ab}(\boldsymbol{k},z)+\tilde{\nu}^{||ab}_{jj}(z)\right)\delta_{ab}-\sum_{c,c_1,d}\left(\imath\Omega^{ac}_{jh}(\boldsymbol{k})-\right.$$

$$\left.-\imath\boldsymbol{k}\bar{\xi}^{ac}(\boldsymbol{k},z)\right)\left[\frac{C_V(\boldsymbol{k})}{k_Б\beta^2}\right]^{-1}_{cc_1}\left[z+\left(\boldsymbol{k}^2\tilde{\lambda}(\boldsymbol{k},z)+\tilde{\nu}_{hh}(z)\right)\frac{k_Б\beta^2}{C_V(\boldsymbol{k})}\right]^{-1}_{c_1d}\times$$

$$\times\left(\imath\Omega^{db}_{hj}(\boldsymbol{k})-\imath\boldsymbol{k}\frac{\beta}{m_bn_b}\bar{\xi}^{db}(\boldsymbol{k},z)\right). \qquad (2.27)$$

Часова кореляційна функція $\Phi^{ab}_{nn}(\boldsymbol{k},z)$ визначає динамічний структурний фактор $S^{ab}(\boldsymbol{k},\omega)$ згідно

$$\Phi^{ab}_{nn}(\boldsymbol{k},z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\omega\,\frac{S^{ab}(\boldsymbol{k},\omega)}{\omega-z}, \qquad (2.28)$$

Характерною особливістю буде те, що внаслідок перенормування функцій пам'яті як з врахуванням кінетики заряджених частинок так і польових змінних, в спектрі $S^{ab}(\boldsymbol{k},\omega)$ при певних частотах будуть спостерігатись особливості в вигляді піків, що відповідають не тільки гідродинамічним, а й кінетичним модам [9].

В нашому випадку при досліджені мод обмежимось лише розглядом гідродинамічних змінних. Польові змінні узгодженим чином входитимуть у відповідні вирази для сил Лоренца. Слід відзначити, що оскільки в системі "частинки-поле" зберігаються лише **повна** енергія та **повний** потік імпульсу, вирази для частот $z(\boldsymbol{k})$ дещо відрізнятимуться від результатів, отриманих в роботах [4-5] при розгляді чисто кулонівської плазми.

3. Колективні моди. Поперечні коливання.

Для розрахунку колективних мод слід здійснити перехід до безрозмірних змінних згідно

$$B^a = \left\{ n^a_{\boldsymbol{k}}, \boldsymbol{j}^a_{\boldsymbol{k}}, h^a_{\boldsymbol{k}} \right\} \longrightarrow \left\{ n^a_{\boldsymbol{k}}/n_a \,, \boldsymbol{j}^a_{\boldsymbol{k}}/\sqrt{m_a n_a \beta^{-1}} \,, h^a_{\boldsymbol{k}}/\sqrt{3/2\beta} \right\}.$$

Таким чином, надалі всі функції пам'яті будуватимуться на основі безрозмірних базисних змінних. Крім того, у виразі для ентальпії обмежимось лише кінетичною енергією частинок.

Поперечні моди визначаються з рівності нулю визначника

$$\triangle_\perp(\boldsymbol{k}, z) \equiv \begin{bmatrix} z - M^{11}_\perp(\boldsymbol{k}, z) & M^{12}_\perp(\boldsymbol{k}, z) \\ M^{21}_\perp(\boldsymbol{k}, z) & z - M^{22}_\perp(\boldsymbol{k}, z) \end{bmatrix} = 0 \,, \tag{3.29}$$

Тут $M^{ab}_\perp(\boldsymbol{k}, z) = -\imath\big(\tilde{\nu}^{\perp ab}_{jj}(z) + \boldsymbol{k}^2 \tilde{\eta}^{\perp ab}(\boldsymbol{k}, z)\big) \equiv -\imath\big(\nu^{ab}_\perp(z) + \boldsymbol{k}^2 D^{ab}_\perp(\boldsymbol{k}, z)\big)$. Як зазначалось в попередньому розділі, внаслідок того, що зберігається лише повний імпульс системи "частинки-поле" маємо:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{P}}}_1 + \dot{\hat{\boldsymbol{P}}}_2 + \dot{\hat{\boldsymbol{S}}} = 0 \tag{3.30}$$

У виразі (3.30) $\hat{\boldsymbol{P}}_a-$ імпульс частинок сорту a, $\hat{\boldsymbol{S}} = \frac{1}{4\pi c}\int d\boldsymbol{r}\, \hat{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r}) \times \hat{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{r})-$ імпульс електромагнітного поля, поперечна складова якого матиме вигляд:

$$\hat{\boldsymbol{S}}^\perp = \frac{1}{4\pi c}\int d\boldsymbol{r}\, \hat{\boldsymbol{E}}^{||}(\boldsymbol{r}) \times \hat{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{r}) \,, \tag{3.31}$$

де $\hat{\boldsymbol{E}}^{||}(\boldsymbol{r})-$ поздовжня складова електричного поля, $\hat{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{r})-$ напруженість магнітного поля. Беручи до уваги (3.30) - (3.31) і враховуючи те, що базисні величини є безрозмірними, для релаксаційних матриць отримаємо наступне співвідношення:

$$\nu^{11}_\perp(z)\nu^{22}_\perp(z) - \nu^{12}_\perp(z)\nu^{21}_\perp(z) = z^2 \delta\nu^\perp_j(z) \,, \tag{3.32}$$

де $\delta\nu^\perp_j(z) = \langle (1-\wp)\hat{\boldsymbol{S}}^\perp T_0(z)(1-\wp)\hat{\boldsymbol{S}}^\perp \rangle_0 \neq 0$ при $z \to 0$.

Враховуючи (3.32), для поперечних коливань отримаємо з (3.29):

$$z_\perp(\boldsymbol{k}) = -\imath \boldsymbol{k}^2 D_\perp + o(\boldsymbol{k}^4) \tag{3.33}$$

-для чисто дифузійної моди та

$$\bar{z}_\perp(\boldsymbol{k}) = -\imath\left(\bar{\nu}_\perp + \boldsymbol{k}^2 \bar{D}_\perp\right) + o(\boldsymbol{k}^4) \tag{3.34}$$

-для релаксаційної моди,

$$D_\perp = \left[\frac{\nu^{11}_\perp D^{22}_\perp + \nu^{22}_\perp D^{11}_\perp - \nu^{12}_\perp D^{21}_\perp - \nu^{21}_\perp D^{12}_\perp}{\nu^{11}_\perp + \nu^{22}_\perp}\right]_{\substack{k=0 \\ z=0}} . \tag{3.35}$$

Величина $\bar{\nu}_\perp$ є розв'язком рівняння

$$z\left(1 + \delta\nu^\perp_j(z)\right) + \imath\left(\nu^{11}_\perp(z) + \nu^{22}_\perp(z)\right) = 0 \,. \tag{3.36}$$

Очевидно, з (3.36) ми отримаємо цілий ряд розв'язків, з яких слід відібрати лише такі значення, для яких $\mathbf{Re}\,\bar{\nu}_\perp > \mathbf{0}$,

$$\bar{D}_\perp = -\imath(D^{11}_\perp \nu^{22}_\perp + D^{22}_\perp \nu^{11}_\perp - D^{12}_\perp \nu^{21}_\perp - D^{21}_\perp \nu^{12}_\perp) - z(D^{11}_\perp + D^{22}_\perp) \times$$

$$\times \left(z(1 - \delta\nu^\perp_j - z\frac{d}{dz}\delta\nu^\perp_j + \imath\frac{d}{dz}(\nu^{11}_\perp + \nu^{22}_\perp)\right)^{-1}\Bigg|_{\substack{k=0 \\ z=-\imath\bar{\nu}_\perp}} . \tag{3.37}$$

В порівнянні з роботою [4] в нашому випадку не можна повністю виключити релаксаційні матриці у виразах (3.35), (3.37) внаслідок (3.32). Очевидно, що права частина рівняння (3.32) має порядок $v_{\text{т}}^2/c^2$ ($v_{\text{т}}-$ теплова швидкість, c- швидкість світла), однак такий же порядок мають і $\nu^{ab}_\perp(z)$, які об'єднують чисто вихрьові доданки сили Лоренца і в загальному випадку їх не слід опускати.

4. Колективні моди. Поздовжні коливання.

Для знаходження поздовжніх мод слід розв'язати рівняння

$$\triangle_L(\boldsymbol{k}, z) \equiv det|z\delta_{ij}\delta_{ab} - M^{ab}_{ij}(\boldsymbol{k}, z)| = 0 \,. \tag{4.38}$$

В рівнянні (4.38) $i, j = \left\{\bar{n}, \bar{\boldsymbol{j}}^{||}, \bar{h}\right\}-$ безрозмірнівеличини, які були введені в попередньому розділі, а ненульові елементи матриці $M^{ab}_{ij}(\boldsymbol{k}, z)$, що визначаються із співвідношення

$$M^{ab}_{ij}(\boldsymbol{k}, z) = -\imath\Omega^{ab}_{ij}(\boldsymbol{k}) + \tilde{\tilde{L}}^{ab}_{ij}(\boldsymbol{k}, z) \,, \tag{4.39}$$

мають наступний вигляд:

$$M^{ab}_{nj_{||}}(\boldsymbol{k}, z) = \delta_{ab}\boldsymbol{k}v_a \,,$$

$$M^{ab}_{j_{||}n}(\boldsymbol{k}, z) = \boldsymbol{k}\frac{c^2_{ab}(\boldsymbol{k})}{v_b} \,,$$

$$M^{ab}_{j_{||}j_{||}}(\boldsymbol{k},z) = -\imath\left(\nu^{||ab}_{jj}(z) + \boldsymbol{k}^2 D^{||ab}_{jj}(\boldsymbol{k},z)\right) ,$$

$$M^{ab}_{j_{||}h}(\boldsymbol{k},z) = \boldsymbol{k}v_a\left(\frac{2}{3}\right)^{1/2}\left(\delta_{ab} + \boldsymbol{I}^{||ab}_{jh}(\boldsymbol{k},z)\right) \equiv \boldsymbol{k}D^{||ab}_{jh}(\boldsymbol{k},z) , \quad (4.40)$$

$$M^{ab}_{hj_{||}}(\boldsymbol{k},z) = \boldsymbol{k}v_a\left(\frac{2}{3}\right)^{1/2}\left(\delta_{ab} + \boldsymbol{I}^{||ab}_{hj}(\boldsymbol{k},z)\right) \equiv \boldsymbol{k}D^{||ab}_{hj}(\boldsymbol{k},z) ,$$

$$M^{ab}_{hh}(\boldsymbol{k},z) = -\imath\left(\nu^{ab}_{hh}(z) + \boldsymbol{k}^2 D^{ab}_{hh}(\boldsymbol{k},z)\right) .$$

У виразах (4.40) $v_a = (m_a\beta)^{-\frac{1}{2}}-$ теплова швидкість частинок сорту $a, c^2_{ab}(\boldsymbol{k})-$ квадрат парціальної ізотермічної швидкості звуку; величини $\nu^{||ab}_{jj}(z)$ та $D^{||ab}_{jj}(\boldsymbol{k},z)$ визначаються поздовжніми складовими потоку імпульсу аналогічно поперечним складовим.

$$\imath\boldsymbol{k}\boldsymbol{I}^{||ab}_{jh}(\boldsymbol{k},z) = \langle(1-\wp)\dot{\hat{\boldsymbol{j}}}^{||a}(\boldsymbol{k})T_0(z)(1-\wp)\dot{\hat{h}}_b(-\boldsymbol{k})\rangle_0 , \quad (4.41)$$

$\boldsymbol{I}^{||ab}_{jh}(\boldsymbol{k},z)-$ коефіцієнт переносу, що пов'язує в'язкі та теплові коливання,

$$D^{ab}_{hh}(\boldsymbol{k},z) = \langle(1-\wp)\hat{\boldsymbol{j}}^a_\varepsilon(\boldsymbol{k})T_0(z)(1-\wp)\hat{\boldsymbol{j}}^b_\varepsilon(-\boldsymbol{k})\rangle_0 \quad (4.42)$$

-коефіцієнт теплопровідності,

$$\nu^{ab}_{hh}(z) = \sum_{i=1}^{N_a}\sum_{j=1}^{N_b}\langle\ \frac{\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{f}^{||}_i}{m_a}T_0(z)\frac{\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{f}^{||}_j}{m_b}\ \rangle_0 \quad (4.43)$$

-релаксаційна матриця, що описує теплові ефекти, $\boldsymbol{f}^{||}_i-$ поздовжня складова сили, що діє на $i-$у частинку.

Розв'язуючи рівняння (4.38), отримаємо вирази для колективних мод:

$$z_\varepsilon(\boldsymbol{k}) = -\imath\boldsymbol{k}^2 D_\varepsilon + o(\boldsymbol{k}^4) \quad (4.44)$$

-гідродинамічна мода, що описує процес переносу тепла;

$$\bar{z}_\varepsilon(\boldsymbol{k}) = -\imath(\bar{\nu}_\varepsilon + \boldsymbol{k}^2\bar{D}_\varepsilon) + o(\boldsymbol{k}^4) \quad (4.45)$$

-релаксаційна мода, зв'язана з переносом енергії;

$$z^s_\pm(\boldsymbol{k}) = \pm c\boldsymbol{k} - \imath\boldsymbol{k}^2\Gamma + o(\boldsymbol{k}^4) \quad (4.46)$$

-дві звукові моди, $c-$ швидкість звуку,$\Gamma-$ коефіцієнт затухання звуку.

$$z_e(\boldsymbol{k}) = \omega_e + \boldsymbol{k}^2(\gamma_e - \imath\Gamma_e) + o(\boldsymbol{k}^4) \quad (4.47)$$

-релаксаційні моди, пов'язані з переносом заряду.

Стосовно виразів (4.44) - (4.47) слід зауважити наступне: наявність релаксаційного множника $\delta\nu^{||}_j$, означеного по аналогії з введеним в попередньому розділі $\delta\nu^{\perp}_j$, впливає лише на релаксаційні моди. Тому коефіцієнти у рівняннях (4.44), (4.46) будуть аналогічними виразам, отриманим в роботі [5] (очевидно, в нашому випадку дані коефіцієнти враховують наявність поля, хоча по зовнішньому вигляду співпадатимуть з коефіцієнтами чисто кулонівської плазми). Що стосується релаксаційних мод, зв'язаних з переносом заряду, то їх вигляд дещо зміниться. Так частота ω_e буде визначатись як набір розв'язків рівняння

$$\frac{m_1m_2n_1n_2}{\sum\limits_a m_an_a}\left\{z^2\left(\imath z(1-\delta\nu^{||}_{jj}) - \nu^{||11}_{jj} - \nu^{||22}_{jj}\right) - \imath z\sum_a m_an_a + \right.$$

$$\left. +\Omega^2_e\sum_{a,b}\sqrt{m_an_am_bn_b}\ \nu^{||ab}_{jj}\right\} = 0 , \quad (4.48)$$

В рівнянні (1.4.20) $\Omega^2_e = \sum\limits_a\omega^2_a$, де $\omega^2_a = 4\pi e^2_an_a/m_a-$ квадрат плазмової частоти частинок сорту а. Що стосується k^2- залежних вкладів в релаксаційній моді, то у виразі для $\gamma_e - \imath\Gamma_e$ порівняно з результатом роботи [5] появиться доданок

$$z^3\delta\nu^{||}_j\{D^{11}_{hh}\nu^{22}_{hh} + D^{22}_{hh}\nu^{11}_{hh} - D^{12}_{hh}\nu^{21}_{hh} - D^{21}_{hh}\nu^{12}_{hh} - -\imath\left(D^{11}_{hh} + D^{22}_{hh}\right)\} \quad (4.49)$$

-в чисельнику та доданок

$$z^3\delta\nu^{||}_j\left\{5z\left(\delta\nu_{hh}-1\right) + z^2\frac{d}{dz}\delta\nu_{hh} - \imath\left(4(\nu^{11}_{hh}+\nu^{22}_{hh}) + +z\frac{d}{dz}(\nu^{11}_{hh}+\nu^{22}_{hh})\right)\right\} \quad (4.50)$$

-у знаменнику; $\delta\nu_{hh}(z) = \langle(1-\wp)\hat{W}\,T_0(z)\,(1-\wp)\hat{W}\rangle_0$ ($\hat{W} = \int d\boldsymbol{r}(\hat{\boldsymbol{E}}^2 + +\hat{\boldsymbol{B}}^2)/(8\pi)$ - енергія електромагнітного поля) задовольняє рівнянню аналогічному (3.32).

Література

[1] Suttorp L.G., Schoolderman A.J. Collective modes and generalized transport coefficients for a dense one-component plasma in a magnetic field. // Physica A, 1987, vol. 141, №1, p. 1-23.

[2] Schoolderman A.J., Suttorp L.G. Small-wavenumber divergency in the mode-coupling amplitudes for the heat-current time correlation function of a one component plasma in a magnetic field. // Physica A, 1987, vol. 144, №2, p. 513-529.

[3] Schoolderman A.J., Suttorp L.G Kinetic theory of tome correlation functions for a dense one-component plasma in a magnetic field. // J. Stat. Phys, 1988, vol. 53, №5/6, p. 1237-1260.

[4] Baus M. Microscopic theory of the long-wavelength modes of two component plasmas and ionic liquids. I.The longtitudial modes. // Physica A, 1977, vol. 88, №2, p. 319-335.

[5] Baus M. Microscopic theory of the long-wavelength modes of two component plasmas and ionic liquids. I.The transverse modes. // Physica A, 1977, vol. 88, №2, p. 336-346.

[6] Калашников В.П. Линейные релаксационные уравнения в методе неравновесного статистического оператора. // Теор. и мат. физ., 1978, т. 34, №3, стр. 412-425.

[7] Boon J., Yip S. Molecular hydrodynamics. N.-Y., 1980.

[8] Церковников Ю.А. Метод двухвременных функций Грина в молекулярной гидродинамике. // Теор. и мат. физ., 1985, т. 63, №3, стр. 440-458.

[9] Мриглод І.М., Токарчук М.В. До статистичної гідродинаміки простих рідин. Узагальнени коефіцієнти переносу. / Препринт ІФКС-91-6у, Львів 1991, 25 стор.

Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою http://www.icmp.lviv.ua/

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (http://www.icmp.lviv.ua/)

Василь Васильович Ігнатюк
Михайло Васильович Токарчук

Узгоджений опис кінетики та гідродинаміки плазми у власному електромагнітному полі. II. Часові кореляційні функції та колективні моди.

Роботу отримано 26 грудня 1996 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку семінаром відділу теорії нерівноважних процесів

Виготовлено при ІФКС НАН України
© Усі права застережені